142 J. X. 32. a.

~~Dr Thoerlein Donat.~~

~~107. 56.~~
~~10~~

Phys.
a. 142.

P. Schoenlein.

aus der Goldschmidtschen Bibliothek.

Allgemeine Theorie

des

Erdmagnetismus.

Allgemeine Theorie

des

Magnetismus

Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus.

Der rastlose Eifer, womit man in neuerer Zeit in allen Theilen der Erdoberfläche die Richtung und Stärke der magnetischen Kraft der Erde zu erforschen strebt, ist eine um so erfreulichere Erscheinung, je sichtbarer dabei das rein wissenschaftliche Interesse hervortritt. Denn in der That, wie wichtig auch für die Schifffahrt die möglichst vollständige Kenntnifs der Abweichungslinien ist, so erstreckt sich doch ihr Bedürfnifs eben nicht weiter, und was darüber hinausliegt, bleibt für jene beinahe gleichgültig. Aber die Wissenschaft, wenn gleich gern auch dem materiellen Interesse förderlich, läfst sich nicht auf dieses beschränken, sondern fordert für Alle Elemente ihrer Forschung gleiche Anstrengung.

Die Ausbeute der magnetischen Beobachtungen pflegt man auf den Erdkarten durch drei Systeme von Linien darzustellen, die man wohl die isogonischen, isoklinischen und isodynamischen Linien genannt hat. Diese Linien ändern ihre Gestalt und Lage im Laufe der Zeit sehr bedeutend, so dafs Eine Zeichnung nur den Zustand der Erscheinung für einen bestimmten Zeitpunkt angibt. Halley's Declinationskarte ist sehr verschieden von Barlow's Darstellung im Jahr 1833; und Hansteen's Inclinationskarte für 1780 weicht schon sehr stark von der jetzigen Lage der isoklinischen Linien ab: die Versuche, die Intensität darzustellen, sind noch zu neu, als dafs sich bei derselben schon jetzt ähnliche Aenderungen nachweisen liefsen, die ohne Zweifel im Laufe der Zeit nicht ausbleiben werden. Alle diese Karten sind jetzt noch mehr oder weniger lückenhaft, oder theilweise unzuverlässig: es steht aber zu hoffen, dafs, wenn sie auch die Vollständigkeit, wegen der Unzu-

gänglichkeit einiger Theile der Erdfläche nicht ganz erreichen können, sie doch mit raschen Schritten sich ihr mehr nähern werden.

Vom höhern Standpunkt der Wissenschaft aus betrachtet ist aber diese möglichst vollständige Zusammenstellung der Erscheinungen auf dem Wege der Beobachtung noch nicht das eigentliche Ziel selbst: man hat damit nur ähnliches gethan, wie der Astronom, wenn er z. B. die scheinbare Bahn eines Kometen auf der Himmelskugel beobachtet hat. Man hat nur Bausteine, kein Gebäude, so lange man nicht die verwickelten Erscheinungen Einem Princip unterwürfig gemacht hat. Und wie der Astronom, nachdem das Gestirn sich seinen Augen entzogen hat, sein Hauptgeschäft erst anfängt, gestützt auf das Gravitationsgesetz aus den Beobachtungen die Elemente der wahren Bahn berechnet, und dadurch sogar sich in den Stand setzt, den weitern Lauf mit Sicherheit anzugeben: so soll auch der Physiker sich die Aufgabe stellen, wenigstens in so weit die ungleichartigen und zum Theil weniger günstigen Umstände es verstatten, die die Erscheinungen des Erdmagnetismus hervorbringenden Grundkräfte nach ihrer Wirkungsart und nach ihren Gröfsenwerthen zu erforschen, die Beobachtungen, so weit sie reichen, diesen Elementen zu unterwerfen, und dadurch selbst wenigstens mit einem gewissen Grade von sicherer Annäherung die Erscheinungen für die Gegenden, wohin die Beobachtung nicht hat dringen können, zu anticipiren. Es ist jedenfalls gut, diefs höchste Ziel vor Augen zu haben, und die Gangbarmachung der dazu führenden Wege zu versuchen, wenn auch gegenwärtig, bei der grofsen Unvollkommenheit des Gegebenen, mehr als eine entfernte Annäherung zu dem Ziele selbst noch nicht möglich ist.

Es ist nicht meine Absicht, hier diejenigen frühern erfolglosen Versuche zu erwähnen, wobei man ohne alle physikalische Grundlage das grofse Räthsel errathen zu können meinte. Eine physikalische Grundlage kann man nur solchen Versuchen zugestehen, welche die Erde wie einen wirklichen Magnet betrachten, und die erwiesene Wirkungsart eines Magneten in die Ferne allein der Rechnung unterstellen. Aber alle bisherigen Versuche dieser Art haben das gemein, dafs man, anstatt zuerst zu untersuchen, *wie* dieser grofse Magnet beschaffen sein

müsse, um den Erscheinungen Genüge zu leisten, gleich gefafst darauf, eine einfache oder eine sehr zusammengesetzte Beschaffenheit hervorgehen zu sehen, vielmehr von vorne her von einer bestimmten einfachen Beschaffenheit ausging, und probirte, ob die Erscheinungen sich mit solcher Hypothese vertrügen. Indessen wiederholt sich hierin nur, was die Geschichte der Astronomie und der Naturwissenschaften von den Anfängen so vieler unserer Kenntnisse berichtet.

Die einfachste Hypothese dieser Art ist die, nur einen einzigen sehr kleinen Magnet im Mittelpunkt der Erde anzunehmen, oder vielmehr (da schwerlich jemand im Ernste an das wirkliche Vorhandensein eines solchen Magnets geglaubt hat) vorauszusetzen, der Magnetismus sei in der Erde so vertheilt, dafs die Gesammtwirkung nach aufsen der Wirkung eines fingirten unendlich kleinen Magnets äquivalire, ungefähr eben so, wie die Gravitation gegen eine homogene Kugel der Anziehung einer gleich grofsen, im Mittelpunkt concentrirten Masse gleichkommt. In dieser Voraussetzung sind die beiden Punkte, wo die Fortsetzung der magnetischen Axe jenes Centralmagnets die Erdfläche schneidet, die magnetischen Pole der Erde, in denen die Magnetnadel vertical steht, und zugleich die Intensität am gröfsten ist; in dem gröfsten Kreise mitten zwischen beiden Polen (dem magnetischen Aequator) wird die Inclination $= 0$ und die Intensität halb so grofs als in den Polen; zwischen dem magnetischen Aequator und einem Pole hängt sowohl Inclination als Intensität nur von dem Abstande von jenem Aequator (der magnetischen Breite) ab, und zwar so, dafs die Tangente der Inclination der doppelten Tangente dieser Breite gleich ist; endlich fällt die Richtung der horizontalen Nadel überall mit der Richtung eines nach dem nordlichen magnetischen Pole gezogenen gröfsten Kreises zusammen. Mit allen diesen nothwendigen Folgen jener Hypothese stimmt aber die Natur nur in roher Annäherung überein; in der Wirklichkeit ist die Linie verschwindender Inclination kein gröfster Kreis, sondern eine Linie von doppelter Krümmung; bei gleichen Neigungen findet man nicht gleiche Intensitäten; die Richtungen der horizontalen Nadel sind weit davon entfernt, alle nach Einem Punkte zu convergiren u. s. f. Es reicht also schon die oberflächlichste Betrachtung hin, die Verwerf-

lichkeit dieser Hypothese zu zeigen: gleichwohl wendet man den Einen der obigen Sätze noch jetzt als eine Näherung an, um die Lage der Linie verschwindender Inclinationen aus solchen Beobachtungen abzuleiten, die in einiger Entfernung von ihr, bei mäfsigen Inclinationen, gemacht sind.

Von einer ähnlichen Hypothese war bereits vor 80 Jahren Tobias Mayer ausgegangen, nur mit der Modification, dafs er den unendlich kleinen Magnet nicht in den Mittelpunkt der Erde, sondern etwa um den siebenten Theil des Erdhalbmessers davon entfernt setzte: doch behielt er, vermuthlich um gröfsere Verwicklung der Rechnung zu vermeiden, die an sich ganz willkürliche Beschränkung bei, dafs die gegen die Axe des Magnets senkrechte Ebene durch den Mittelpunkt der Erde gehe. Auf diese Art fand er, bei einer freilich nur sehr kleinen Anzahl von Oertern, die beobachteten Abweichungen und Neigungen mit seiner Rechnung ganz gut übereinstimmend. Eine ausgedehntere Prüfung würde aber bald gezeigt haben, dafs man mit jener Hypothese das Ganze der Erscheinungen dieser beiden Elemente nicht viel besser darstellen kann, als mit der zuerst erwähnten. Intensitätsbestimmungen gab es bekanntlich damals noch gar nicht.

Hansteen ist einen Schritt weiter gegangen, indem er die Hypothese *zweier* unendlich kleiner Magnete von ungleicher Lage und Stärke den Erscheinungen anzupassen versucht hat. Die entscheidende Prüfung der Zulässigkeit oder Unzulässigkeit einer Hypothese bleibt immer die Vergleichung der in ihr erhaltenen Resultate mit den Erfahrungen. Hansteen hat die seinige mit den Beobachtungen an 48 verschiedenen Oertern verglichen, unter denen sich jedoch nur 12 befinden, wo die Intensität mit bestimmt ist, und überhaupt nur 6, wo alle drei Elemente vorkommen. Wir treffen hier noch Differenzen zwischen der Rechnung und Beobachtung an, die bei der Inclination fast auf 13 Grad steigen *).

*) Bei der Declination kommt sogar einmahl ein Unterschied von mehr als 29 Grad vor: allein es ist billig, den Fehler der Rechnung nicht nach der Zahl der Declinationsgrade, sondern nach der wirklichen Ungleichheit zwischen der berechneten und beobachteten ganzen Richtung zu schätzen, wo er bei dem in Rede stehenden Orte $11\frac{1}{2}$ Grad beträgt.

Wenn man nun so grofse Abweichungen den Forderungen nicht entsprechend findet, die an eine genügende Theorie gemacht werden müssen, so kann man nicht umhin, den Schlufs zu ziehen, dafs die magnetische Beschaffenheit des Erdkörpers keine solche ist, für welche eine Concentrirung in Einen oder ein Paar einzelne unendlich kleine Magnete als Stellvertreterinn gelten könnte. Es wird damit nicht geleugnet, dafs mit einer *grö/sern* Anzahl solcher fingirter Magnete zuletzt eine genügende Uebereinstimmung erreichbar werden könnte: allein eine ganz andere Frage ist, ob eine solche Form der Auflösung der Aufgabe gerathen sein würde; es scheint in der That, dafs die schon bei zwei Magneten so überaus beschwerlichen Rechnungen für eine bedeutend grö/sere Zahl der Ausführbarkeit unübersteigliche Schwierigkeiten entgegensetzen würden. Das Beste wird sein, diesen Weg ganz zu verlassen, der unwillkührlich an die Versuche erinnert, die Planetenbewegungen durch immer mehr gehäufte Epicykeln zu erklären.

In der gegenwärtigen Abhandlung werde ich die allgemeine Theorie des Erdmagnetismus, unabhängig von allen besondern Hypothesen über die Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten im Erdkörper, entwickeln, und zugleich die Resultate mittheilen, welche ich aus der ersten Anwendung der Methode erhalten habe. So unvollkommen diese Resultate auch sein müssen, so werden sie doch einen Begriff davon geben können, was man hoffen darf in Zukunft zu erreichen, wenn einer feinern und wiederhohlten Ausfeilung derselben erst zuverlässige und vollständige Beobachtungen aus allen Gegenden der Erde werden untergelegt werden können.

1.

Die Kraft, welche einer in ihrem Schwerpunkte aufgehängten Magnetnadel an jedem Orte der Erde eine bestimmte Richtung ertheilt, indem jede fremde äufsere Ursache, die auf die Nadel wirken könnte (wie die Nähe eines andern künstlichen Magnets, oder die Nähe des Leiters eines galvanischen Stroms) als beseitigt vorausgesetzt wird, nennt man die erdmagnetische Kraft, insofern man den Sitz ihrer Ursache nur in dem Erd-

körper selbst suchen kann. Zweifelhaft ist allerdings, ob die regelmäfsigen und unregelmäfsigen stündlichen Aenderungen in jener Kraft nicht ihre nächsten Ursachen aufserhalb des Erdkörpers haben mögen, und es steht zu hoffen, dafs die jetzt auf diese Erscheinungen allgemein gerichtete Aufmerksamkeit der Naturforscher uns darüber in Zukunft bedeutende Aufschlüsse geben werde. Allein man darf nicht vergessen, dafs diese Aenderungen vergleichungsweise nur sehr klein sind, und dafs also eine viel stärkere beharrlich wirkende Hauptkraft da sein mufs, deren Sitz wir in der Erde selbst annehmen. Es knüpft sich hieran sofort die Folgerung, dafs die zur Untersuchung dieser Hauptkraft dienenden thätsächlichen Grundlagen eigentlich von den erwähnten anomalischen Aenderungen befreiet sein sollten, was nur durch Mittelwerthe aus zahlreichen fortgesetzten Beobachtungen möglich ist, und dafs so lange solche reine Resultate nicht von einer grofsen Anzahl von Punkten auf der ganzen Erdoberfläche vorhanden sind, das Höchste, was man wird erreichen können, eine Annäherung ist, wobei Differenzen von der Ordnung solcher Anomalien zurückbleiben können.

2.

Die Grundlage unsrer Untersuchungen ist die Voraussetzung, dafs die erdmagnetische Kraft die Gesammtwirkung der magnetisirten Theile des Erdkörpers ist. Das Magnetisirtsein stellen wir uns als eine Scheidung der magnetischen Flüssigkeiten vor: diese Vorstellungsweise einmahl angenommen, gehört die Wirkungsart dieser Flüssigkeiten (Abstofsung oder Anziehung des Gleichnamigen oder Ungleichnamigen im verkehrten Verhältnifs des Quadrats der Entfernung) zu den erwiesenen physikalischen Wahrheiten. Eine Vertauschung dieser Vorstellungsart mit der Ampèreschen, wonach, mit Beseitigung der magnetischen Flüssigkeiten, der Magnetismus nur in beharrlichen galvanischen Strömungen in den kleinsten Theilen der Körper besteht, würde in den Resultaten gar nichts abändern; dasselbe würde auch gelten, wenn man den Erdmagnetismus einer gemischten Ursache zuschreiben wollte, so dafs derselbe theils aus Scheidung der magnetischen Flüssigkeiten in der Erde, theils aus galvanischen Strömungen in derselben herrührte, indem bekanntlich anstatt eines jeden galvanischen Stromes eine solche

bestimmte Vertheilung von magnetischen Flüssigkeiten an einer von der Stromlinie begrenzten Fläche substituirt werden kann, dafs dadurch in jedem Punkte des äufsern Raumes genau dieselbe magnetische Wirkung ausgeübt wird, wie durch den galvanischen Strom.

3.

Zur Abmessung der magnetischen Flüssigkeiten legen wir, wie in der Schrift *Intensitas vis magneticae* etc. diejenige Quantität nordlichen Fluidums als positive Einheit zum Grunde, welche auf eine eben so grofse Quantität desselben Fluidums in der zur Einheit angenommenen Entfernung eine bewegende Kraft ausübt, die der zur Einheit angenommenen gleich ist. Wenn wir von der magnetischen Kraft, welche in irgend einem Punkte des Raumes, als Wirkung von anderswo befindlichem magnetischen Fluidum, schlechthin sprechen, so ist darunter immer die bewegende Kraft verstanden, welche daselbst auf die Einheit des positiven magnetischen Fluidums ausgeübt wird. In diesem Sinne übt folglich die in Einem Punkt concentrirt gedachte magnetische Flüssigkeit μ in der Entfernung ϱ die magnetische Kraft $\frac{\mu}{\varrho\varrho}$ aus, und zwar abstofsend oder anziehend in der Richtung der geraden Linie ϱ, je nachdem μ positiv oder negativ ist. Bezeichnet man durch a, b, c die Coordinaten von μ in Beziehung auf drei unter rechten Winkeln einander schneidende Axen; durch x, y, z die Coordinaten des Punkts wo die Kraft ausgeübt wird, so dafs $\varrho = \sqrt{((x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2)}$, und zerlegt die Kraft den Coordinatenaxen parallel, so sind die Componenten

$$\frac{\mu(x-a)}{\varrho^3}, \quad \frac{\mu(y-b)}{\varrho^3}, \quad \frac{\mu(z-c)}{\varrho^3}$$

welche, wie man leicht sieht, den partiellen Differentialquotienten von $-\frac{\mu}{\varrho}$ nach x, y und z gleich sind.

Wirken aufser μ noch andere Theile magnetischen Fluidums, μ', μ'', μ''' u. s. w., concentrirt in Punkten, deren Entfernung von dem Wirkungsorte bezugweise ϱ', ϱ'', ϱ''' u.s.w. ist, so sind die Componenten der ganzen daraus resultirenden magnetischen Kraft, parallel mit den Coordinatenaxen, gleich den partiellen Differentialquotienten von

$$-\left(\frac{\mu}{\varrho}+\frac{\mu'}{\varrho'}+\frac{\mu''}{\varrho''}+\frac{\mu'''}{\varrho'''}+\text{u. s. w.}\right)$$

nach x, y und z.

4.

Man übersieht hiernach leicht, welche magnetische Kraft in jedem Punkte des Raumes von der Erde ausgeübt werde, wie auch die magnetischen Flüssigkeiten in derselben vertheilt sein mögen. Man denke sich das ganze Volumen der Erde, so weit es freien Magnetismus, d. i. geschiedene magnetische Flüssigkeiten enthält, in unendlich kleine Elemente zerlegt, bezeichne unbestimmt die in jedem Elemente enthaltene Menge freien magnetischen Fluidums mit $\mathrm{d}\mu$, wobei südliches stets als negativ betrachtet wird; ferner mit ϱ die Entfernung des $\mathrm{d}\mu$ von einem unbestimmten Punkte des Raumes, dessen rechtwinklige Coordinaten x, y, z sein mögen, endlich mit V das Aggregat der $\frac{\mathrm{d}\mu}{\varrho}$ mit verkehrtem Zeichen durch die Gesammtheit aller magnetischen Theilchen der Erde erstreckt, oder es sei

$$V=-\int\frac{\mathrm{d}\mu}{\varrho}.$$

Es hat also V in jedem Punkte des Raumes einen bestimmten Werth, oder es ist eine Function von x, y, z, oder auch von je drei andern veränderlichen Gröfsen, wodurch man die Punkte des Raumes unterscheidet. Die magnetische Kraft ψ in jedem Punkte des Raumes, und die Componenten ξ, η, ζ, die aus der Zerlegung von ψ parallel mit den Coordinatenaxen entstehen, finden sich dann durch die Formeln

$$\xi=\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x},\quad \eta=\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}y},\quad \zeta=\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z},\quad \psi=\sqrt{(\xi\xi+\eta\eta+\zeta\zeta)}.$$

5.

Es sollen nun zuvörderst einige allgemeine von der Form der Function V unabhängige Sätze entwickelt werden, die wegen ihrer Einfachheit und Eleganz merkwürdig sind.

Das vollständige Differential von V wird

$$\begin{aligned}\mathrm{d}V&=\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}\cdot\mathrm{d}x+\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}y}\cdot\mathrm{d}y+\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z}\cdot\mathrm{d}z.\\&=\xi\mathrm{d}x+\eta\mathrm{d}y+\zeta\mathrm{d}z.\end{aligned}$$

Bezeichnet man mit ds die Entfernung zwischen den beiden Punkten, auf welche sich V und $V + dV$ beziehen, und mit θ den Winkel, welchen die Richtung der magnetischen Kraft ψ mit ds macht, so wird

$$dV = \psi \cos\theta \,.\, ds,$$

weil $\frac{\xi}{\psi}$, $\frac{\eta}{\psi}$, $\frac{\zeta}{\psi}$ die Cosinus der Winkel sind, welche die Richtung von ψ mit den Coordinatenaxen macht, hingegen $\frac{dx}{ds}$, $\frac{dy}{ds}$, $\frac{dz}{ds}$ die Cosinus der Winkel zwischen ds und denselben Axen. Es ist also $\frac{dV}{ds}$ gleich der auf die Richtung von ds projicirten Kraft; dasselbe folgt auch schon aus der Gleichung $\frac{dV}{dx} = \xi$, wenn man sich erinnert, dafs die Coordinatenaxen nach Willkür gewählt werden können.

6.

Werden zwei Punkte im Raume, P^0, P' durch eine beliebige Linie verbunden, wovon ds ein unbestimmtes Element vorstellt, und bedeutet wie vorhin θ den Winkel zwischen ds und der Richtung der daselbst Statt findenden magnetischen Kraft, und ψ deren Intensität, so ist

$$\int \psi \cos\theta \,.\, ds = V' - V^0$$

wenn man die Integration durch die ganze Linie ausdehnt, und mit V^0, V' die Werthe von V an den Endpunkten bezeichnet.

Folgende Corollarien dieses fruchtbaren Satzes verdienen, hier besonders angeführt zu werden.

I. Das Integral $\int \psi \cos\theta \,.\, ds$ behält einerlei Werth, auf welchem Wege man auch von P^0 nach P' übergeht.

II. Das Integral $\int \psi \cos\theta \,.\, ds$ durch die ganze Länge irgend einer in sich zurückkehrenden Linie ausgedehnt, ist immer $= 0$.

III. In einer geschlossenen Linie mufs, wenn nicht durchgehends $\theta = 90^0$ ist, ein Theil der Werthe von θ kleiner und ein Theil gröfser als 90^0 sein.

7.

Die Fläche, in deren sämmtlichen Punkten V einerlei bestimmten Werth $= V^0$ hat, scheidet die Punkte des Raumes,

in welchen V einen Werth gröfser als V^0 hat, von denen wo der Werth kleiner als V^0 ist*). Aus dem Satz des Art. 5. folgt leicht, dafs die magnetische Kraft in jedem Punkt dieser Fläche eine gegen die Fläche senkrechte Richtung hat, und zwar nach der Seite zu, auf welcher die gröfsern Werthe von V Statt finden. Ist ds eine unendlich kleine gegen die Fläche senkrechte Linie, und $V^0 + \mathrm{d}V^0$ der Werth von V an dem andern Endpunkte derselben, so wird die Intensität der magnetischen Kraft $= \frac{\mathrm{d}V^0}{\mathrm{d}s}$. Die Gesammtheit der Punkte, wofür $V = V^0 + \mathrm{d}V^0$ ist, bildet eine zweite der ersten unendlich nahe Fläche, und an den verschiedenen Stellen des ganzen Zwischenraumes ist die Intensität der magnetischen Kraft der Entfernung beider Flächen von einander verkehrt proportional. Läfst man V durch unendlich kleine aber gleiche Stufen sich ändern, so entsteht dadurch ein System von Flächen, die den Raum in unendlich dünne Schichten abtheilen, und die verkehrte Proportionalität der Dicke der Schichten zu der Intensität der magnetischen Kraft gilt dann nicht blofs für verschiedene Stellen einer und derselben Schicht, sondern auch für verschiedene Schichten.

8.

Wir wollen nun das Verhalten der Werthe von V auf der Oberfläche der Erde betrachten.

Es sei in einem Punkte P der Erdoberfläche ψ die Intensität, PM die Richtung der ganzen magnetischen Kraft; ω die Intensität, PN die Richtung der auf die horizontale Ebene projicirten Kraft, oder PN die Richtung des magnetischen Meridians, in dem Sinn vom Südpol der Magnetnadel zum Nordpol; i der Winkel zwischen PM und PN oder die Inclination;

---

*) Könnte die Function V jede willkürlich aufgestellte Form haben, so könnte in besondern Fällen ein Maximum- oder Minimum-Werth von V einem isolirten Punkte oder einer isolirten Linie entsprechen, um welchen oder um welche ringsum blofs kleinere oder blofs gröfsere Werthe Statt finden würden, oder auch einer Fläche, auf deren *beiden* Seiten zugleich kleinere oder gröfsere Werthe gälten. Allein die Bedingungen, denen die Function V unterworfen ist, lassen diese Ausnahmsfälle nicht zu. Eine ausführliche Entwickelung dieses Gegenstandes mufs aber, da sie für unsern gegenwärtigen Zweck unnöthig ist, einer andern Gelegenheit vorbehalten bleiben.

θ, t die Winkel zwischen dem Elemente ds einer auf der Erdoberfläche liegenden Linie und den Richtungen PM, PN; endlich entsprechen V und $V + \mathrm{d}V$ dem Anfangs- und Endpunkte von ds. Wir haben folglich

$$\cos\theta = \cos i \cos t, \quad \omega = \psi \cos i$$

und die Gleichung des Art. 5. verwandelt sich in

$$\mathrm{d}V = \omega \cos t . \mathrm{d}s$$

Sind also zwei Punkte P^0, P' auf der Erdoberfläche, in welchen V die Werthe V^0, V' hat, durch eine ganz auf der Erdoberfläche liegende Linie verbunden, von welcher ds ein unbestimmtes Element bedeutet, so ist

$$\int \omega \cos t . \mathrm{d}s = V' - V^0$$

wenn die Integration durch die ganze Linie ausgedehnt wird, und offenbar gelten nun auch hier drei den im Art. 6. angeführten ganz ähnliche Corollarien, nämlich:

I. Das Integral $\int \omega \cos t . \mathrm{d}s$ behält einerlei Werth, auf welchem Wege auf der Oberfläche der Erde man auch von P^0 nach P' übergeht.

II. Das Integral $\int \omega \cos t . \mathrm{d}s$ durch die ganze Länge einer auf der Oberfläche der Erde liegenden geschlossenen Linie ist immer $= 0$.

III. In einer solchen geschlossenen Linie muſs nothwendig, falls nicht durchgehends $t = 90^0$ ist, ein Theil der Werthe von t spitz und ein Theil stumpf sein.

9.

Die Sätze I und II. des vorhergehenden Artikels (welche eigentlich nur zwei verschiedene Einkleidungen derselben Sache sind) lassen sich wenigstens näherungsweise an wirklichen Beobachtungen prüfen. Es sei $P^0 P' P'' \ldots . P^0$ ein Polygon auf der Erdoberfläche, dessen Seiten die kürzesten Linien zwischen ihren Endpunkten, also, wenn man die Erde hier nur als kugelförmig betrachtet, gröfste Kreisbögen sind. Es seien ω^0, ω', ω'' u. s. w. die Intensitäten der horizontalen magnetischen Kraft in den Punkten P^0, P', P'' u. s. w.; ferner δ^0, δ', δ'' u. s. w. die Declinationen, die man nach üblicher Weise westlich vom Nordpunkte als positiv, östlich als negativ betrachten mag: endlich sei (01) das Azimuth der Linie $P^0 P'$ in P^0, und zwar nach üblicher Weise von Süden aus nach Westen herum-

gezählt; eben so (10) das Azimuth derselben Linie rückwärts genommen in P' u. s. w.

Man bemerke, dafs t zwar in jeder Polygonseite sich nach der Stetigkeit ändert, in den Eckpunkten hingegen sprungsweise, und also in diesen zwei verschiedene Werthe hat; z. B.

in P' hat t

den Werth $(10) + \delta'$, insofern P' der Endpunkt von P^0P' ist,

den Werth $180^0 + (12) + \delta'$, insofern P' der Anfangspunkt von $P'P''$ ist.

Von dem Integral $\int \omega \cos t \,.\, ds$, durch P^0P' ausgedehnt, kann man als genäherten Werth betrachten

$$\tfrac{1}{2}(\omega^0 \cos t^0 + \omega' \cos t') \,.\, P^0P',$$

wenn t^0, t' die Werthe von t in P^0 als Anfangspunkt und in P' als Endpunkt von P^0P' bedeuten; diese Annäherung ist alles, was man erlangen kann, insofern man die Werthe von ω und t eben nur in den Endpunkten P^0, P' hat, und sie ist um so zulässiger, je kleiner die Linie ist. Der angegebene Ausdruck ist in unsern Bezeichnungen

$$= \tfrac{1}{2}(\omega' \cos((10) + \delta') - \omega^0 \cos((01) + \delta^0)) \,.\, P^0P'.$$

Auf ähnliche Art ist der genäherte Werth des Integrals durch $P'P''$ ausgedehnt,

$$= \tfrac{1}{2}(\omega'' \cos((21) + \delta'') - \omega' \cos((12) + \delta')) \,.\, P'P''$$

u. s. f. durch das ganze Polygon.

Für ein Dreieck gibt also unser Satz die näherungsweise richtige Gleichung

$$\begin{aligned}
&\omega^0(P^0P' \cos((01) + \delta^0) - P^0P'' \cos((02) + \delta^0)) \\
&+ \omega'(P'P'' \cos((12) + \delta') - P^0P' \cos((10) + \delta')) \\
&+ \omega''(P^0P'' \cos((20) + \delta'') - P'P'' \cos((21) + \delta'')) \\
&= 0.
\end{aligned}$$

Offenbar sind bei dieser Gleichung die Einheiten für die Intensitäten und Distanzen willkürlich.

10.

Als ein Beispiel wollen wir die Formel auf die magnetischen Elemente von

Göttingen	$\delta^0 = 18^0 38'$	$i^0 = 67^0 56'$	$\psi^0 = 1{,}357$
Mailand	$\delta' = 18\ 33$	$i' = 63\ 49$	$\psi' = 1{,}294$
Paris	$\delta'' = 22\ \ 4$	$i'' = 67\ 24$	$\psi'' = 1{,}348$

anwenden, woraus

$$\omega^0 = 0{,}50980$$
$$\omega' = 0{,}57094$$
$$\omega'' = 0{,}51804$$

folgt. Legt man die geographische Lage

Göttingen	51°32′ Breite	9°58′ Länge von Greenwich
Mailand	45 28	9 9
Paris	48 52	2 21

zum Grunde, und führt die Rechnung nur wie auf der Kugelfläche, so findet sich

$$\left.\begin{array}{l}(01) = 5^0 11'31'' \\ (10) = 184\ 35\ 35\end{array}\right\} \quad P^0P' = 6^0 5'20''$$

$$\left.\begin{array}{l}(12) = 128\ 47\ 31 \\ (21) = 303\ 48\ \ 1\end{array}\right\} \quad P'P'' = 5\ 44\ \ 6$$

$$\left.\begin{array}{l}(20) = 238\ 20\ 20 \\ (02) = \ 64\ 10\ 12\end{array}\right\} \quad P^0P'' = 5\ 32\ \ 4$$

Substituirt man diese Werthe, und die obigen von δ^0, δ', δ'' in unsrer Gleichung, indem man die Distanzen in Secunden ausdrückt, so wird sie

$$0 = 17556\,\omega^0 + 2774\,\omega' - 20377\,\omega'',$$

oder

$$\omega'' = 0{,}86158\,\omega^0 + 0{,}13613\,\omega'.$$

Aus den beobachteten horizontalen Intensitäten in Göttingen und Mailand folgt hiernach die für Paris $\omega'' = 0{,}51696$, fast genau mit dem beobachteten Werthe 0,51804 übereinstimmend.

Uebrigens sieht man leicht, dafs, wenn man sich erlauben will, anstatt der Distanzen P^0P' u. s. w. ihre Sinus zu setzen, die obige Formel unmittelbar durch die geographischen Längen und Breiten der Oerter ausgedrückt werden kann.

11.

Die Linie auf der Erdoberfläche, in deren sämmtlichen Punkten V einerlei bestimmten Werth $= V^0$ hat, scheidet, allgemein zu reden, die Theile jener Fläche, in welchen V einen Werth gröfser als V^0 hat, von denen, wo er kleiner ist. Die horizontale magnetische Kraft in jedem Punkte dieser Linie ist offenbar senkrecht gegen dieselbe, und zwar nach der Seite zu gerichtet, wo die gröfsern Werthe von V Statt finden. Ist ds eine unendlich kleine Linie in dieser Richtung, und $V^0 + dV^0$ der Werth von V an deren anderm Endpunkte,

so ist $\frac{dV^0}{ds}$ die Intensität der horizontalen magnetischen Kraft an dieser Stelle. So wie nun auch hier die Gesammtheit der Punkte, welchen der Werth $V = V^0 + dV^0$ entspricht, eine zweite der ersten unendlich nahe liegende Linie bildet, also aus der ganzen Erdfläche eine *Zone* aussondert, innerhalb welcher die Werthe von V zwischen V^0 und $V^0 + dV^0$ liegen, und wo die horizontale Intensität der Breite der Zone verkehrt proportional ist, so wird, wenn man V durch unendlich kleine aber gleiche Stufen von dem kleinsten auf der Erdoberfläche Statt habenden Werthe bis zum gröfsten sich ändern läfst, die ganze Erdfläche in eine unendlich grofse Anzahl unendlich schmaler Zonen abgetheilt, gegen deren Scheidungslinien die horizontale magnetische Kraft überall normal, und in ihrer Intensität der Breite der Zonen an den betreffenden Stellen verkehrt proportional ist. Den beiden äufsersten Werthen von V entsprechen hierbei zwei von den Zonen eingeschlossene Punkte, in welchen die horizontale Kraft $= 0$ wird, und wo also die ganze magnetische Kraft nur vertical sein kann: diese Punkte heifsen die magnetischen Pole der Erde.

Die Scheidungslinien der Zonen sind nichts anderes, als die Schnitte der im 7. Art. betrachteten Flächen mit der Erdoberfläche, während in den Polen nur Berührung Statt findet.

12.

Die im vorhergehenden Artikel beschriebene Gestaltung des Liniensystems ist eigentlich nur der einfachste Typus, der mancherlei Ausnahmen erleiden könnte, wenn jede mögliche Vertheilung des Magnetismus in der Erde berücksichtigt werden sollte. Wir werden indefs hier diesen Gegenstand nicht erschöpfen, sondern zur Erläuterung nur einige Bemerkungen über die Ausnahmsfälle beifügen, zumahl da bei der *wirklichen* magnetischen Beschaffenheit der Erde das Liniensystem auf ihrer Oberfläche allerdings jene Gestaltung hat, wenigstens gewifs keine ins Grofse gehende Ausnahmsfälle darbietet, sondern höchstens vielleicht hier und da einen blofs localen.

Von einigen Physikern ist die Meinung aufgestellt, dafs die Erde zwei magnetische Nordpole und zwei Südpole habe: es scheint aber nicht, dafs vorher der wesentlichsten Bedin-

gung genügt, und eine *präcise* Begriffsbestimmung gegeben sei, was man unter einem magnetischen Pole verstehen wolle. Wir werden mit dieser Benennung jeden Punkt der Erdoberfläche bezeichnen, wo die horizontale Intensität $= 0$ ist: allgemein zu reden ist also daselbst die Inclination $= 90^0$; es ist aber auch der singuläre Fall (wenn er vorkäme) mit eingeschlossen, wo die ganze Intensität $= 0$ ist. Wollte man diejenigen Stellen magnetische Pole nennen, wo die ganze Intensität einen Maximumwerth hat (d. i. einen gröfsern, als ringsherum in der nächsten Umgebung): so darf man nicht vergessen, dafs diefs etwas von jener Begriffsbestimmung ganz verschiedenes ist, dafs letztere Punkte mit jenen weder dem Orte noch der Anzahl nach einen nothwendigen Zusammenhang haben, und dafs es zur Verwirrung führt, wenn ungleichartige Dinge mit einerlei Namen benannt werden.

Sehen wir von der wirklichen Beschaffenheit der Erde ab, und fassen die Frage allgemein auf, so können allerdings mehr als zwei magnetische Pole existiren; es scheint aber noch nicht bemerkt zu sein, dafs sobald z. B. zwei Nordpole vorhanden sind, es nothwendig zwischen ihnen noch einen dritten Punkt geben mufs, der gleichfalls ein magnetischer Pol, aber eigentlich weder ein Nordpol noch ein Südpol, oder wenn man lieber will, beides zugleich ist.

Zur Aufklärung dieses Gegenstandes ist nichts dienlicher, als die Betrachtung unsers Liniensystems.

Wenn die Function V in einem Punkte der Erdoberfläche P^* einen Maximumwerth V^* hat, also ringsum kleinere Werthe, so wird einer Reihe von stufenweise abnehmenden Werthen ein System von Ringlinien entsprechen, deren jede alle vorhergehenden und den Punkt P^* einschliefst, und die Richtung der horizontalen magnetischen Kraft oder des Nordpols der Magnetnadel wird auf jeder dieser Ringlinien *nach Innen* gehen *):

*) Diese Ringlinien sind, selbst als unendlich klein angenommen, nicht nothwendig kreisrund, sondern allgemein zu reden elliptisch, und daher die gegen sie normale Richtung der Magnetnadel nicht mit der Richtung nach P^* zusammenfallend, aufser an vier Stellen jedes Ringes. Man kann daher bedeutende Fehler begehen, wenn man den Durchschnitt von zwei verlängerten Compafsrichtungen, aus beträchtlichen Entfernungen, ohne Weiteres für P^* annimmt.

dieſs ist das charakteristische Merkmal eines Magnetischen Nordpols *). Man kann offenbar die Ringe so klein, oder die entsprechenden Werthe der Function V so wenig von V^* verschieden annehmen, dafs jeder andere gegebene Punkt noch aufserhalb bleibt.

Wir wollen mit S den Inbegriff aller Punkte auf der Erdoberfläche bezeichnen, in welchen der Werth von V gröfser ist als eine gegebene Gröfse W. Offenbar wird S entweder Einen zusammenhängenden Flächenraum bilden, oder mehrere von einander getrennte, und *in* der Begrenzungslinie oder den Begrenzungslinien, welche dieselbe von den übrigen Theilen, wo V kleiner als W ist, scheiden, wird $V = W$ sein. Läfst man W ab- oder zunehmen, so erweitert oder verengt sich jener Flächenraum.

Nehmen wir nun an, P^{**} sei ein zweiter Punkt von ähnlicher Beschaffenheit wie P^*, so dafs auch in jenem V einen Maximumwerth $= V^{**}$ habe. Da man, nach dem was vorhin bemerkt ist, der Gröfse W einen Werth kleiner als V^* und so wenig davon verschieden beilegen kann, das P^{**} aufserhalb desjenigen Stücks von S fällt, in welchem P^* liegt, so wird, wenn man voraussetzt, dafs V^{**} nicht kleiner ist als V^* (was erlaubt ist), mithin auch gröfser als W, nothwendig auch P^{**} einem Stück von S angehören: es liegen folglich P^* und P^{**} zwar beide in S, aber in getrennten Stücken von S.

Offenbar kann man dagegen auch W so klein annehmen, dafs P^* und P^{**} in Einem zusammenhängenden Stücke von S liegen, da, wenn man nur W klein genug nimmt, S die ganze Erdfläche umfassen kann.

Läfst man nun W alle Werthe vom ersten zum zweiten stufenweise durchlaufen, so mufs einer darunter V^{***} der letzte sein, für welchen P^*, P^{**} noch in getrennten Stücken von S liegen, welche, sobald W von da noch weiter abnimmt, in Ein Stück zusammenfliefsen.

Geschieht dieses Zusammenfliefsen in Einem Punkte P^{***}, so hat die Begrenzungslinie, in welcher $V = V^{***}$ ist, die

*) Wir conformiren uns hier dem gewöhnlichen Sprachgebrauche, wonach man den von Capitaine Ross festgelegten Punkt mit jenem Namen belegt, obgleich er eigentlich ein Südpol ist, insofern man die Erde selbst wie einen Magnet betrachtet.

Gestalt einer Acht, die in jenem Punkte sich selbst kreuzt; und man überzeugt sich leicht, dafs daselbst die horizontale Intensität $= 0$ sein mufs. In der That geschieht jene Kreuzung entweder unter einem mefsbaren Winkel, oder nicht. Im erstern Fall müfste die horizontale Kraft, wenn sie nicht $= 0$ wäre, gegen zwei verschiedene Tangenten normal sein, was absurd ist; im zweiten Falle, wo die beiden Hälften der Acht in P^{***} einander berühren, oder einerlei Tangente haben würden, könnte die gegen diese Tangente normale Kraft nur gegen das Innere der einen Flächenhälfte der Acht gerichtet sein, was einen Widerspruch enthält, da der Werth von K nach beiden Seiten zu wächst; es ist also P^{***} nach unserer Definition ein wahrer magnetischer Pol, aber ein Pol, welcher in Beziehung auf die zunächstliegenden Punkte innerhalb der beiden Oeffnungen der Acht wie ein Südpol, in Beziehung auf die aufserhalb liegenden hingegen wie ein Nordpol betrachtet werden mufs. Zur Erläuterung dieser Gestaltung des Liniensystems kann die Fig. 1. dienen.

Geschieht das Zusammenfliefsen an zwei verschiedenen Stellen zugleich, so gilt von diesen dasselbe, was eben von Einem Punkte bewiesen ist, und man sieht leicht ein, dafs sich dann innerhalb des P^{*} und P^{**} einschliefsenden Raumes ein inselförmiger Raum bilden wird, der bei fortwährender Abnahme von W sich immer mehr verengen, und zuletzt nothwendig in einen wahren Südpol auflösen mufs.

Aehnliches gilt, wenn das Zusammenfliefsen zugleich in drei oder mehrern einzelnen Punkten Statt findet. Geschieht es aber auf einmal in einer ganzen Linie, so mufs auch in allen Punkten derselben die horizontale Kraft verschwinden.

Uebrigens ist von selbst klar, dafs eben so die Annahme von zwei *Südpolen* zugleich das Dasein eines dritten Polpunkts bedingt, welcher weder Südpol noch Nordpol, oder vielmehr beides zugleich ist.

13.

Aus dem, was im vorhergehenden Artikel entwickelt ist, übersieht man nun leicht, welche Bewandtnifs es mit mehrern denkbaren Ausnahmen von dem einfachsten Typus unsers Liniensystems habe. Der Inbegriff aller Punkte, denen ein bestimmter Werth

von V entspricht, kann eine Linie sein, die aus mehrern Stücken besteht, wovon jedes in sich selbst zurückkehrt, die aber ganz von einander getrennt sind; es kann eine Linie sein, die sich selbst kreuzt; endlich kann es auch eine solche sein, der auf beiden Seiten Flächenräume anliegen, wo V gröfser ist als in der Linie, oder auf beiden Seiten kleiner.

Wir können behaupten, dafs etwas ins Grofse gehende Abweichungen solcher Art vom einfachsten Typus auf der Erde nicht Statt finden. Aber locale Abweichungen sind sehr wohl denkbar, wo nahe unter der Erdoberfläche magnetische Massen sich befinden, die zwar in etwas beträchtlicher Entfernung keine merkliche Wirkung mehr ausüben, aber in der unmittelbaren Umgebung doch eine so starke, dafs die in regelmäfsiger Fortschreitung wirkende erdmagnetische Kraft davon ganz überboten und unkenntlich gemacht wird. In der einfachsten Form könnte dann das Liniensystem in einer solchen Gegend eine Gestaltung haben, wie die 2te Figur versinnlicht.

14.

Nach dieser geometrischen Darstellung der Verhältnisse der horizontalen magnetischen Kraft schreiten wir zur Entwicklung der Art, wie sie dem Calcül unterworfen werden, fort. Auf der Oberfläche der Erde geht V in eine blofse Function zweier veränderlichen Gröfsen über, wofür wir die geographische Länge von einem beliebigen ersten Meridian östlich gezählt und die Distanz vom Nordpol annehmen wollen; jene soll mit λ, diese, das Complement der geographischen Breite, mit u bezeichnet werden. Betrachten wir die Erde als aus der Umdrehung einer Ellipse, deren halbe grofse Axe $= R$, die halbe kleine $= (1 - \varepsilon) R$, um letztere entstanden, so ist die Gröfse eines Elements des Meridians

$$= \frac{(1 - \varepsilon)^2 R \,.\, \mathrm{d}u}{(1 - (2\varepsilon - \varepsilon\varepsilon)\cos u^2)^{\frac{3}{2}}}$$

und die Gröfse eines Elements des Parallelkreises

$$= \frac{R \sin u \,.\, \mathrm{d}\lambda}{\sqrt{(1 - (2\varepsilon - \varepsilon\varepsilon)\cos u^2)}}$$

Zerlegt man die horizontale magnetische Kraft in zwei Theile, wovon der eine X in der Richtung des Erdmeridians, der andere Y senkrecht dagegen wirkt, und betrachtet man als

positiv X, insofern diese Componente nach Norden, und Y, insofern diese nach Westen gerichtet ist, so wird

$$X = -\frac{(1-(2\varepsilon-\varepsilon\varepsilon)\cos u^2)^{\frac{3}{2}}}{(1-\varepsilon)^2}\cdot\frac{dV}{Rdu}$$

$$Y = -\sqrt{(1-(2\varepsilon-\varepsilon\varepsilon)\cos u^2)}\cdot\frac{dV}{R\sin u\,.\,d\lambda}.$$

Die ganze horizontale Kraft wird sodann

$$= \sqrt{(XX+YY)}$$

und die Tangente der Declination

$$= \frac{Y}{X}.$$

Vernachlässigt man das Quadrat der Abplattung ε, so werden jene Ausdrücke

$$X = -(1+(2-3\cos u^2)\varepsilon)\cdot\frac{dV}{Rdu}$$

$$Y = -(1-\varepsilon\cos u^2)\cdot\frac{dV}{R\sin u\,.\,d\lambda},$$

oder wenn man die Abplattung ganz bei Seite setzt

$$X = -\frac{dV}{Rdu}$$

$$Y = -\frac{dV}{R\sin u\,.\,d\lambda}.$$

Die bis jetzt zu Gebote stehenden Beobachtungsdata sind noch viel zu dürftig, und die meisten derselben viel zu roh, als dafs es gegenwärtig schon rathsam sein könnte, die sphäroidische Gestalt der Erde zu berücksichtigen, was zwar an sich nicht schwer sein, aber die Einfachheit der Rechnungen ohne allen Nutzen sehr beeinträchtigen würde. Wir werden daher hier bei den zuletzt angeführten Formeln stehen bleiben, indem wir die Erde wie eine Kugel betrachten, deren Halbmesser $= R$ ist.

15.

Ist X durch eine gegebene Function von u und λ ausgedrückt, so läfst sich daraus Y a priori ableiten. Man setze das Integral $\int_o^u X du = T$, indem man bei der Integration λ wie constant betrachtet; offenbar wird dann, wenn man auf gleiche Weise nach u differentiirt, $\frac{d(V+RT)}{du} = 0$, mithin

$V + RT$ eine von u unabhängige Gröfse, oder was dasselbe ist, in allen Punkten Eines Meridians constant; sie mufs daher auch absolut constant sein, weil alle Meridiane in den Polen zusammenlaufen. Setzt man den Werth von V im Nordpole $= V^*$, so wird also

$$T = \frac{V - V^*}{R}$$

und daher

$$Y = \frac{\mathrm{d}T}{\sin u \,.\, \mathrm{d}\lambda}.$$

Man kann dieses Resultat auch so ausdrücken:

$$Y = \frac{1}{\sin u} \int_o^u \frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}\lambda} \,.\, \mathrm{d}u.$$

16.

Dieser merkwürdige Satz, dafs *wenn die nach Norden gerichtete Componente der horizontalen magnetischen Kraft für die ganze Erdoberfläche gegeben ist, die nach Westen (oder Osten) gerichtete Componente von selbst daraus folgt*, gilt verkehrt nur mit einer Modification. Ist nemlich Y durch eine gegebene Function von u und λ ausgedrückt, und bezeichnet man mit U das unbestimmte Integral $\int \sin u \,.\, Y \mathrm{d}\lambda$, bei der Integration u als constant angenommen, so wird $\frac{\mathrm{d}(V + RU)}{\mathrm{d}\lambda} = 0$; oder $V + RU$ eine von λ unabhängige Gröfse, mithin allgemein zu reden eine Function von u. Es ist also auch $\frac{\mathrm{d}(V + RU)}{R\mathrm{d}u} = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}u} = X$ eine solche Function, d. i. die Formel $\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}u}$ gibt einen unvollständigen Ausdruck von X, indem ein blofs u enthaltender Bestandtheil unbestimmt bleibt. Dieser Mangel wird sich aber ergänzen lassen, wenn man aufser dem Ausdrucke für Y auch den für X in irgend Einem bestimmten Meridian, oder noch allgemeiner in irgend einer vom Nordpol zum Südpol reichenden Linie besitzt. Man sieht also, dafs, *wenn man die Componente der horizontalen magnetischen Kraft in der Richtung nach Westen für die ganze Erdoberfläche, und die Componente in der Richtung nach Norden für alle Punkte in irgend einer vom Nordpol zum Südpol gehenden Linie kennt, die letztere Componente für die ganze Erdfläche von selbst daraus folgt.*

17.

Die vorhergehenden Untersuchungen beziehen sich allein auf den horizontalen Theil der erdmagnetischen Kraft: um auch den verticalen zu umfassen, müssen wir die Aufgabe in ihrer ganzen Allgemeinheit, also V wie eine Function von *dreien* veränderlichen Gröfsen betrachten, die den Platz eines unbestimmten Punktes im Raume O ausdrücken. Wir wählen dazu die Entfernung r vom Mittelpunkte der Erde, den Winkel u, welchen r mit dem nordlichen Theile der Erdaxe macht, und den Winkel λ zwischen der durch r und die Erdaxe gelegten Ebene und einem festen Meridian, nach Osten zu als positiv gezählt.

Es sei die Function V in eine nach den Potenzen von r fallende Reihe entwickelt, der wir folgende Form geben

$$V = \frac{RRP^0}{r} + \frac{R^3P'}{rr} + \frac{R^4P''}{r^3} + \frac{R^5P'''}{r^4} + \text{u. s. w.}$$

Die Coefficienten P^0, P', P'' u. s. w. sind hier Functionen von u und λ; um zu übersehen, wie sie mit der Vertheilung des magnetischen Fluidums im Innern der Erde zusammenhängen, sei $\mathrm{d}\mu$ ein Element desselben, ϱ seine Entfernung von O, und für $\mathrm{d}\mu$ bedeuten r^0, u^0, λ^0 dasselbe, was r, u, λ für O sind. Man hat also $V = -\int \frac{\mathrm{d}\mu}{\varrho}$, durch alle $\mathrm{d}\mu$ ausgedehnt; ferner

$$\varrho = \sqrt{(rr - 2rr^0(\cos u \cos u^0 + \sin u \sin u^0 \cos(\lambda - \lambda^0)) + r^0r^0)}$$

und wenn man $\frac{1}{\varrho}$ in die Reihe entwickelt

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{r}\left(T^0 + T'\cdot\frac{r^0}{r} + T''\cdot\frac{r^0r^0}{rr} + \text{u. s. w.}\right)$$

so wird

$$RRP^0 = -\int T^0\,\mathrm{d}\mu,\quad R^3P' = -\int T'\,\mathrm{d}\mu,\quad R^4P'' = -\int T''\,\mathrm{d}\mu$$

u. s. w.

Da $T^0 = 1$ ist, so wird vermöge der Fundamentalvoraussetzung, dafs die Menge des positiven und negativen Fluidums in jedem mefsbaren Theilchen seines Trägers, mithin auch in der *ganzen* Erde, gleich grofs, oder dafs $\int \mathrm{d}\mu = 0$ ist,

$$P^0 = 0$$

oder das erste Glied unsrer Reihe für V fällt aus.

Man sieht ferner, dafs P' die Form hat

$$R^3P' = \alpha\cos u + \beta\sin u\cos\lambda + \gamma\sin u\sin\lambda$$

wo $\alpha = -\int r\cos u^0 . \mathrm{d}\mu$, $\beta = -\int r\sin u^0 \cos\lambda^0 \,\mathrm{d}\mu$, $\gamma = -\int r\sin u^0 \sin\lambda^0 . \mathrm{d}\mu$. Es sind also $-\alpha$, $-\beta$, $-\gamma$ nach der in der *Intensitas vis magneticae* S. 13 festgesetzten Erklärung die Momente des Erdmagnetismus in Beziehung auf drei rechtwinklige Axen, wovon die erste die Erdaxe, die zweite und dritte die Aequatorsradien für die Länge 0 und 90^0 sind.

Die allgemeinen Formeln für alle Coefficienten der Reihe für $\frac{1}{\varrho}$ können wir als bekannt voraussetzen; für unsern Zweck ist aber blofs nöthig zu bemerken, dafs in Beziehung auf u und λ die Coefficienten rationale ganze Functionen von $\cos u$, $\sin u\cos\lambda$ und $\sin u\sin\lambda$ sind, und zwar T'' von der zweiten Ordnung, T''' von der dritten u. s. w. Dasselbe gilt also auch für die Coefficienten P'', P''' u. s. w.

Die Reihen für $\frac{1}{\varrho}$ und für V convergiren, solange r nicht kleiner als R ist, oder vielmehr, nicht kleiner, als der Halbmesser einer Kugel, welche die sämmtlichen magnetischen Theile der Erde einschliefst.

18.

Die Function V thut, in Folge ihrer Zusammensetzung aus $-\int\frac{\mathrm{d}\mu}{\varrho}$, folgender partiellen Differentialgleichung Genüge:

$$0 = \frac{r\,\mathrm{d}\mathrm{d}rV}{\mathrm{d}r^2} + \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}V}{\mathrm{d}u^2} + \mathrm{cotg}\,u\cdot\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}u} + \frac{1}{\sin u^2}\cdot\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\lambda^2},$$

welche nichts anderes ist, als eine Umformung der bekannten

$$0 = \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x^2} + \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}V}{\mathrm{d}y^2} + \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z^2},$$

wo x, y, z die rechtwinkligen Coordinaten von O bedeuten. Substituirt man in jener den Werth von V

$$V = \frac{R^3P'}{rr} + \frac{R^4P''}{r^3} + \frac{R^5P'''}{r^4} + \text{u. s. w.},$$

so erhellet, dafs für die einzelnen Coefficienten P', P'', P''' u. s. w. gleichfalls partielle Differentialgleichungen Statt finden, deren allgemeiner Ausdruck ist

$$0 = n(n+1)P^{(n)} + \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}P^{(n)}}{\mathrm{d}u^2} + \mathrm{cotg}\,u\frac{\mathrm{d}P^{(n)}}{\mathrm{d}u} + \frac{1}{\sin u^2}\cdot\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}P^{(n)}}{\mathrm{d}\lambda^2}.$$

Aus dieser Gleichung, verbunden mit der Bemerkung im vorhergehenden Artikel, ergibt sich die allgemeine Form von $P^{(n)}$. Bezeichnet man nemlich mit $P^{n,m}$ folgende Function von u

$$\left(\cos u^{n-m} - \frac{(n-m)(n-m+1)}{2(2n-1)}\cos u^{n-m-2} + \frac{(n-m)(n-m-1)(n-m-2)(n-m-3)}{2.4(2n-1)(2n-3)}\cos u^{n-m-4} - \text{u. s. w.}\right)\sin u^{m}$$

so hat $P^{(n)}$ die Form eines Aggregats von $2n+1$ Theilen

$$P^{(n)} = g^{n,0}P^{n,0} + (g^{n,1}\cos\lambda + h^{n,1}\sin\lambda)P^{n,1} + (g^{n,2}\cos 2\lambda + h^{n,2}\sin 2\lambda)P^{n,2} + \text{etc.} + (g^{n,n}\cos n\lambda + h^{n,n}\sin n\lambda)P^{n,n}$$

wo $g^{n,0}$, $g^{n,1}$, $h^{n,1}$, $g^{n,2}$ u. s. w. bestimmte Zahlcoefficienten sind.

19.

Zerlegt man die in dem Punkte O Statt findende magnetische Kraft in drei auf einander senkrechte X, Y, Z, wovon die dritte gegen den Mittelpunkt der Erde gerichtet ist, X und Y also die durch O gelegte mit der Erde concentrische Kugelfläche berühren, und zwar X in der durch O und die Erdaxe gelegten Ebene nach Norden, Y parallel mit dem Erdäquator nach Westen, so wird

$$X = -\frac{dV}{r\,du},\quad Y = -\frac{dV}{r\sin u\,d\lambda},\quad Z = -\frac{dV}{dr}$$

folglich

$$X = -\frac{R^3}{r^3}\left(\frac{dP'}{du} + \frac{R}{r}\cdot\frac{dP''}{du} + \frac{RR}{rr}\cdot\frac{dP'''}{du}\text{ u. s. w.}\right)$$

$$Y = -\frac{R^3}{r^3\sin u}\left(\frac{dP'}{d\lambda} + \frac{R}{r}\cdot\frac{dP''}{d\lambda} + \frac{RR}{rr}\cdot\frac{dP'''}{d\lambda}\text{ u. s. w.}\right)$$

$$Z = \frac{R^3}{r^3}\left(2P' + \frac{3RP''}{r} + \frac{4RRP'''}{rr}\text{ u. s. w.}\right).$$

Auf der Oberfläche der Erde sind X, Y dieselben horizontalen Componenten, welche oben mit diesen Buchstaben bezeichnet sind, und Z ist die verticale, positiv, wenn nach unten gerichtet. Die Ausdrücke für diese Kräfte auf der Oberfläche der Erde sind also

$$X = -\left(\frac{dP'}{du} + \frac{dP''}{du} + \frac{dP'''}{du} + \text{u. s. w.}\right)$$

$$Y = -\frac{1}{\sin u}\left(\frac{dP'}{d\lambda} + \frac{dP''}{d\lambda} + \frac{dP'''}{d\lambda} + \text{u. s. w.}\right)$$

$$Z = 2P' + 3P'' + 4P''' + \text{u. s. w.}$$

20.

Verbinden wir nun mit diesen Sätzen das bekannte Theorem, dafs jede Function von λ und u, die für alle Werthe von λ von 0 bis 360^0, und von u von 0 bis 180^0 einen bestimmten endlichen Werth hat, in eine Reihe von der Gestalt

$$P^0 + P' + P'' + P''' + \text{u. s. w.}$$

entwickelt werden kann, deren allgemeines Glied $P^{(n)}$ der obigen partiellen Differentialgleichung Genüge leistet, dafs eine solche Entwicklung nur auf Eine bestimmte Art möglich ist, und dafs diese Reihe immer convergirt, so erhalten wir folgende merkwürdige Sätze.

I. Die Kenntnifs des Werths von V in allen Punkten der Erdoberfläche reicht hin, um den allgemeinen Ausdruck von V für den ganzen unendlichen Raum aufserhalb der Erdfläche daraus abzuleiten, und somit auch die Bestimmung der Kräfte X, Y, Z nicht blofs auf der Erdoberfläche, sondern auch für den ganzen unendlichen Raum aufserhalb derselben. Offenbar ist dazu nur nöthig, $\frac{V}{R}$ nach dem erwähnten Theorem in eine Reihe zu entwickeln.

Es soll daher im Folgenden das Zeichen V immer in der auf die Oberfläche der Erde beschränkten Bedeutung verstanden werden, wenn das Gegentheil nicht ausdrücklich gesagt ist, oder als diejenige Function von λ und u, welche aus dem allgemeinen Ausdruck hervorgeht, wenn $r = R$ gesetzt wird, also

$$V = R\,(P' + P'' + P''' + \text{u. s. w.})$$

II. Die Kenntnifs des Werthes von X in allen Punkten der Erdoberfläche reicht hin, um alles in I angeführte zu erlangen. In der That ist nach Art. 15 das Integral $\int_0^u X\,du = \frac{V^0 - V}{R}$, wenn V^0 den Werth von V im Nordpole bedeutet, und die Entwickelung von $\int_0^u X\,du$ in eine Reihe der erwähnten Form mufs nothwendig mit

$$V^0 - P' - P'' - P''' - \text{u. s. w.}$$

identisch sein.

III. Auf gleiche Weise und unter Bezugnahme auf Art. 16 ist klar, dafs die Kenntnifs des Werthes von Y auf der ganzen Erde verbunden mit der Kenntnifs von X in allen Punk-

ten einer von einem Erdpole zum andern laufenden Linie zur Begründung der *vollständigen* Theorie des Erdmagnetismus zureicht.

IV. Endlich ist klar, dafs die vollständige Theorie auch aus der blofsen Kenntnifs des Werthes von Z auf der ganzen Erdfläche abzuleiten ist. In der That wenn Z in eine Reihe entwickelt wird

$$Z = Q^0 + Q' + Q'' + Q''' + \text{u. s. w.}$$

so dafs das allgemeine Glied der mehrerwähnten partiellen Differentialgleichung Genüge leistet, so wird nothwendig $Q^0 = 0$, und $P' = \frac{1}{2}Q'$, $P'' = \frac{1}{3}Q''$, $P''' = \frac{1}{4}Q'''$ u. s. w. sein müssen.

21

Wegen der einfachen Art der Abhängigkeit der einzelnen Kräfte X, Y, Z von einer einzigen Function V, und des einfachen Zusammenhanges, in welchem jene unter sich stehen, sind diesel-ben weit mehr geeignet, zur Grundlage der Theorie zu dienen, als der gewöhnliche Ausdruck der magnetischen Kraft durch die drei Elemente ganze Intensität, Inclination und Declination, oder vielmehr, die letztere Art, so natürlich sie an sich scheint, wo es nur darauf ankommt die Thatsachen aufzufassen, kann unmittelbar gar nicht zur Begründung der Theorie, wenigstens nicht zur ersten Begründung, dienen, ehe sie nicht in die andere Form übersetzt ist. In dieser Beziehung wäre es daher sehr wünschenswerth, dafs eine allgemeine graphische Darstellung der horizontalen Intensität veranstaltet würde, theils weil diese dem für die Theorie brauchbaren näher steht als die ganze Intensität, theils weil jene bei weiten in den meisten Fällen das ursprünglich wirklich beobachtete, die letztere hingegen nur durch Rechnung vermittelst der Inclination daraus abgeleitet ist. Die Elemente des horizontalen Magnetismus für sich rein zu erhalten, bleibt um so mehr zu empfehlen, da sie durch die gegenwärtigen Hülfsmittel sich mit überwiegender Schärfe bestimmen lassen, und man sollte wenigstens niemals mit Unterdrückung der beobachteten horizontalen Intensität die durch Rechnung daraus abgeleitete ganze Intensität bekannt machen, ohne die bei der Rechnung angewandte Inclination mit anzugeben, damit derjenige, welcher sie für die Theorie benützen will, im Stande sei, die ursprünglichen Zahlen unverfälscht wieder herzustellen.

So interessant es übrigens auch sein würde, die ganze Theorie des Erdmagnetismus allein auf Beobachtungen der horizontalen Nadel zu gründen, und damit den verticalen Theil oder die Inclination zu anticipiren, so ist es doch dazu gegenwärtig noch viel zu früh: die Mangelhaftigkeit der jetzt zu Gebote stehenden Data verstattet nicht, auf den Mitgebrauch des verticalen Theils zu verzichten. Im Grunde empfängt auch die Theorie schon dadurch ihre Bestätigung, wenn die Vereinbarkeit sämmtlicher Elemente unter Ein Princip nachgewiesen werden kann.

22.

Wenn wir gleich *a priori* gewifs sind, dafs die Reihen für V, X, Y, Z convergiren, so läfst sich doch im voraus nichts über den Grad der Convergenz bestimmen. Wären entweder die Sitze der magnetischen Kräfte auf einen mäfsigen Raum um den Mittelpunkt der Erde her beschränkt, oder fände eine solche Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten in der Erde Statt, die jenem Falle äquivalirte, so würden die Reihen sehr schnell convergiren müssen; je weiter hingegen jene Sitze bis gegen die Oberfläche hin sich erstrecken, und je unregelmäfsiger die Vertheilung ist, desto mehr wird man auf eine langsame Convergenz sich gefafst halten müssen.

Bei der praktischen Anwendung ist absolute Genauigkeit unerreichbar: man verlangt nur einen den Umständen angemessenen Grad von Annäherung. Je langsamer nun die Convergenz ist, eine desto gröfsere Anzahl von Gliedern wird berücksichtigt werden müssen, um einen bestimmten Grad von Genauigkeit zu erreichen.

Nun enthält P' drei Glieder, und erfordert also die Kenntnifs von drei Coefficienten $g^{1,0}$, $g^{1,1}$, $h^{1,1}$; P'' erfordert fünf Coefficienten; P''' sieben, P^{IV} neun u. s. w. Indem wir also P', P'', P''' u. s. w. als Gröfsen erster, zweiter, dritter Ordnung u. s. w. betrachten, erhellet, dafs wenn die Rechnung bis zu den Gröfsen der Ordnung n einschliefslich getrieben werden soll, die Werthe von $nn + 2n$ Coefficienten ausgemittelt werden müssen, also z. B. 24, wenn man bis zur vierten Ordnung gehen will.

Jeder gegebene Werth von X, Y oder Z, für gegebene Werthe von u und λ verschafft uns eine Gleichung zwischen

den Coefficienten, mithin geben die vollständig bekannten Elemente des Erdmagnetismus von jedem Orte drei Gleichungen. Dürfte man also annehmen, dafs nur die Glieder bis zur vierten Ordnung merklich bleiben, so würden zur Bestimmung aller nöthigen Coefficienten die vollständigen Beobachtungen von acht verschiedenen Punkten, theoretisch betrachtet, zureichen: allein jene Voraussetzung ist schwerlich zulässig, und so würden die allen Beobachtungen anhängenden zufälligen Fehler verbunden mit der Vernachlässigung der Glieder der höhern Ordnungen die Eliminationsresultate sehr entstellen können *). Den schädlichen Einfluss dieser Umstände zu vermindern, müfste man eine viel gröfsere Anzahl von Beobachtungsstücken, als unbekannte Gröfsen sind, von weit auseinander liegenden Punkten aus allen Theilen der Erde, zum Grunde legen, und die unbekannten Gröfsen nach der Methode der kleinsten Quadrate daraus ableiten. So einförmig indessen, da alle Gleichungen nur linearisch sind, die Ausführung eines solchen Geschäfts auch sein würde, so möchte doch die aufserordentliche aus der grofsen Menge der unbekannten Gröfsen und Gleichungen entspringende Weitläuftigkeit auch den muthigsten Rechner abschrecken, die Arbeit in dieser Form jetzt schon zu unternehmen, zumahl da das Einschleichen von unzuverlässigen Beobachtungsstücken oder von Rechnungsfehlern den Erfolg ganz verderben könnte.

23.

Es gibt aber ein anderes Verfahren, welches, von einem Theile dieser Schwierigkeiten frei, sich vorzugsweise für den ersten anzustellenden Versuch zu eignen scheint, und welches wir hier entwickeln wollen, ohne die Bedenklichkeiten zu verschweigen, denen die Anwendung desselben bei jetziger Lage der Sachen noch unterliegt. Diefs Verfahren setzt die Kenntnifs aller drei Elemente in Punkten voraus, die auf einer hinlänglichen Anzahl von Parallelkreisen so gruppirt sind, dafs

---

*) Am wenigsten nachtheilig würden bei einer solchen Bestimmungsweise diese Umstände einwirken, wenn die acht Punkte ganz symmetrisch auf der Erdoberfläche vertheilt wären, d. i. wenn sie mit den Ecken eines in der Erdkugel eingeschriebenen Würfels zusammenfielen, oder doch einer solchen Lage sehr nahe kämen.

jeder Parallelkreis dadurch in eine hinlängliche Anzahl gleicher Stücke getheilt wird.

Aus den in gewöhnlicher Form gegebenen Elementen hat man zuvörderst die numerischen Werthe von X, Y und Z abzuleiten.

Man bringt sodann, nach bekannter Methode, die Werthe von X, Y und Z auf jedem Parallelkreise in die Form

$$X = k + k' \cos\lambda + K' \sin\lambda + k'' \cos 2\lambda + K'' \sin 2\lambda + k''' \cos 3\lambda + K''' \sin 3\lambda + \text{u. s. w.}$$

$$Y = l + l' \cos\lambda + L' \sin\lambda + l'' \cos 2\lambda + L'' \sin 2\lambda + l''' \cos 3\lambda + L''' \sin 3\lambda + \text{u. s. w.}$$

$$Z = m + m' \cos\lambda + M' \sin\lambda + m'' \cos 2\lambda + M'' \sin 2\lambda + m''' \cos 3\lambda + M''' \sin 3\lambda + \text{u. s. w.}$$

Man erhält also für jeden der Coefficienten k, l, m, k' u. s. w. so viele Werthe, als Parallelkreise behandelt sind.

Der Theorie zufolge sollte auf jedem Parallelkreise $l = 0$ werden; die aus der Rechnung hervorgehenden Werthe von l geben also schon eine Art von Maafsstab für den Grad von Unzuverlässigkeit, welcher die zum Grunde gelegten Zahlen noch unterliegen.

Aus den Gleichungen

$$k = -g^{1,0}\frac{dP^{1,0}}{du} + g^{2,0}\frac{dP^{2,0}}{du} - g^{3,0}\frac{dP^{3,0}}{du} - \text{u. s. w.}$$

$$m = 2g^{1,0}P^{1,0} + 3g^{2,0}P^{2,0} + 4g^{3,0}P^{3,0} + \text{u. s. w.}$$

deren Gesammtanzahl doppelt so grofs ist, als die Anzahl der Parallelkreise, wird man, nachdem in $\frac{dP^{1,0}}{du}$ u. s. w. und in $P^{1,0}$ u. s. w. die entsprechenden Zahlwerthe von u substituirt sind, von den Coefficienten $g^{1,0}$, $g^{2,0}$, $g^{3,0}$ u. s. w. so viele, als berücksichtigt werden sollen, nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmen.

Eben so dienen die Gleichungen

$$-k' = g^{1,1}\frac{dP^{1,1}}{du} + g^{2,1}\frac{dP^{2,1}}{du} + g^{3,1}\frac{dP^{3,1}}{du} + \text{u. s. w.}$$

$$L' = g^{1,1}\frac{P^{1,1}}{\sin u} + g^{2,1}\frac{P^{2,1}}{\sin u} + g^{3,1}\frac{P^{3,1}}{\sin u} + \text{u. s. w.}$$

$$m' = 2g^{1,1}P^{1,1} + 3g^{2,1}P^{2,1} + 4g^{3,1}P^{3,1} + \text{u. s. w.}$$

deren Anzahl zusammen dreimal so grofs ist, als die Anzahl

der Parallelkreise; zur Bestimmung der Coefficienten $g^{1,1}$, $g^{2,1}$, $g^{3,1}$ u. s. w.; so wie folgende

$$-K' = h^{1,1}\frac{dP^{1,1}}{du} + h^{2,1}\frac{dP^{2,1}}{du} + h^{3,1}\frac{dP^{3,1}}{du} + \text{u. s. w.}$$

$$-l' = h^{1,1}\frac{P^{1,1}}{\sin u} + h^{2,1}\frac{P^{2,1}}{\sin u} + h^{3,1}\frac{P^{3,1}}{\sin u} + \text{u. s. w.}$$

$$M' = 2h^{1,1}P^{1,1} + 3h^{2,1}P^{2,1} + 4h^{3,1}P^{3,1} + \text{u. s. w.}$$

zur Bestimmung der Coefficienten $h^{1,1}$, $h^{2,1}$, $h^{3,1}$ u. s. w.

Ferner dienen zur Bestimmung der Coefficienten $g^{2,2}$, $g^{3,2}$, $g^{4,2}$ u. s. w. die Gleichungen

$$-k'' = g^{2,2}\frac{dP^{2,2}}{du} + g^{3,2}\frac{dP^{3,2}}{du} + g^{4,2}\frac{dP^{4,2}}{du} + \text{u. s. w.}$$

$$L'' = 2g^{2,2}\frac{dP^{2,2}}{\sin u} + 2g^{3,2}\frac{P^{3,2}}{\sin u} + 2g^{4,2}\frac{P^{4,2}}{\sin u} + \text{u. s. w.}$$

$$m'' = 3g^{2,2}P^{2,2} + 4g^{3,2}P^{3,2} + 5g^{4,2}P^{4,2} + \text{u. s. w.}$$

und auf ähnliche Weise ergeben sich die Coefficienten der folgenden höhern Ordnungen.

24.

Der Vorzug dieses Verfahrens vor dem im 22. Art. angegebenen besteht hauptsächlich darin, dafs die unbekannten Gröfsen in Gruppen zerfallen, die jede für sich bestimmt werden, wodurch die Rechnung eine aufserordentliche Erleichterung erhält, während bei dem andern Verfahren die Vermengung sämmtlicher Unbekannten unter einander die Scheidung überaus beschwerlich macht. Dagegen hat jenes Verfahren den Nachtheil, dafs es seine Grundlagen gar nicht in unmittelbaren Beobachtungen findet, sondern sie aus graphischen Darstellungen entlehnen mufs, welche in den Gegenden, wo Beobachtungen vorhanden sind, diese doch nur roh darstellen können, in solchen Gegenden aber, wo es weit und breit ganz an Beobachtungen fehlt, nur vermuthungsweise, gewissermaafsen willkürlich ergänzt sind, und sich daher sehr weit von der Wahrheit entfernen können. Indessen bleibt keine Wahl, als entweder alle Versuche so lange auszusetzen, bis viel vollständigere und zuverlässigere Data bereit sein werden, oder mit den jetzt noch so höchst precären Mitteln einen ersten Versuch zu wagen, von dem man wenig mehr als eine rohe Annäherung erwarten darf: Einen sichern Maafsstab für den Werth des Erfolges gibt jedenfalls

hinterdrein die scharfe Vergleichung der Resultate mit wirklichen Beobachtungen aus allen Theilen der Erde; und wenn solche Prüfung dahin ausfällt, dafs der erste Versuch nicht ganz mifslungen ist, so wird dieser eine kräftige Hülfe darbieten, um künftige neue Versuche, auf dem einen oder auf dem andern Wege, zweckmäfsig vorzubereiten.

25.

Schon vor vielen Jahren hatte ich zu wiederhohlten malen angefangen, mich solchen Versuchen zu unterziehen, von denen ich aber immer wieder abzustehen genöthigt war, weil die zu Gebote stehenden Data sich als gar zu dürftig auswiesen. Gleichwohl würde ich schon früher einen Versuch zu Ende zu führen geneigt gewesen sein, wenn der mehrmals von mir ausgesprochene Wunsch in Erfüllung gegangen wäre, dafs die reinen horizontalen Intensitäten in einer allgemeinen Karte dargestellt werden möchten, für deren Mangel die Verbindung der vorhandenen unvollkommenen Generalkarten für die Inclination und ganze Intensität keinen Ersatz geben konnte.

Die Erscheinung der Sabineschen Karte für die ganze Intensität (im siebenten *Report of the British association for the advancement of science*) hat mich jetzt zur Unternehmung und Vollendung eines neuen Versuchs angeregt, der übrigens nur aus dem im vorhergehenden Artikel angegebenen Gesichtspunkte angesehen werden soll.

Die der Rechnung unterzulegenden Data wurden aus der erwähnten Karte für die Intensität, der Barlowschen für die Declination (*Philosophical Transactions* 1833), und der von Horner entworfenen für die Inclination (Physikalisches Wörterbuch Band 6.) entnommen, und zwar für je zwölf Punkte auf sieben Parallelkreisen. Die Lücken, welche jene Karten in weiten Strecken übrig lassen, konnten meistens nur auf höchst precäre Art ergänzt werden.

Im Laufe der Rechnung ergab sich bald, dafs dieselbe wenigstens bis zu den Gröfsen der vierten Ordnung ausgedehnt werden müsse, wonach die Anzahl der zu bestimmenden Coefficienten auf 24 steigt. Aller Wahrscheinlichkeit nach werden auch die Glieder der fünften Ordnung noch ansehnlich genug sein; allein bei einem ersten Versuche bleiben die Werthe von

k, m, k' u. s. w. noch viel zu sehr mit dem Einfluss der vielen unzuverlässigen Daten behaftet, die jener seiner Natur nach einschliefsen mufs, als dafs es verstattet sein könnte, in das Eliminationsgeschäft eine noch gröfsere Anzahl von unbekannten Gröfsen aufzunehmen.

Es mufs noch bemerkt werden, dafs die Intensitäten in Sabine's Karte dieselbe willkürliche Einheit haben, in welcher sie gewöhnlich bisher angegeben zu werden pflegen, und wonach in London die ganze Intensität $= 1{,}372$ gesetzt wird. Diese Einheit ist hier bei der Berechnung der Coefficienten, eben so wie bei der weiter unten zu erklärenden Hülfstafel, dahin abgeändert, dafs alle Zahlen tausendmahl gröfser werden, wobei also die Intensität für London $= 1372$ zum Grunde liegt. Uebrigens kann offenbar für die Intensität eine jede beliebige Einheit gebraucht werden, insofern man auch die Einheit für μ als willkürlich betrachten, und diese immer jener gemäfs annehmen kann. Will man weitere Folgerungen daran knüpfen, für welche μ auf ein absolutes Maafs gebracht sein mufs, so brauchen nur sämmtliche Coefficienten mit demselben Factor multiplicirt zu werden, welcher zur Reduction der nach jener Einheit ausgedrückten Intensitätszahlen auf absolutes Maafs erforderlich ist.

26.

Die aus der ersten Rechnung, wobei die Längen λ von Greenwich östlich gezählt sind, erhaltenen Zahlwerthe der 24 Coefficienten sind folgende:

$g^{1,0} = +925{,}782$	$g^{2,2} = +0{,}493$
$g^{2,0} = -22{,}059$	$g^{3,2} = -73{,}193$
$g^{3,0} = -18{,}868$	$g^{4,2} = -45{,}791$
$g^{4,0} = -108{,}855$	$h^{2,2} = -39{,}010$
$g^{1,1} = +89{,}024$	$h^{3,2} = -22{,}766$
$g^{2,1} = -144{,}913$	$h^{4,2} = +42{,}573$
$g^{3,1} = +122{,}936$	$g^{3,3} = +1{,}396$
$g^{4,1} = -132{,}589$	$g^{4,3} = +19{,}774$
$h^{1,1} = -178{,}744$	$h^{3,3} = -18{,}750$
$h^{2,1} = -6{,}030$	$h^{4,3} = -0{,}178$
$h^{3,1} = +47{,}794$	$g^{4,4} = +4{,}127$
$h^{4,1} = +64{,}112$	$h^{4,4} = +3{,}175$

Diese Zahlen, welche man als die *Elemente der Theorie des Erdmagnetismus* betrachten kann, sind hier genau so angesetzt, und als Grundlage der nachher zu beschreibenden Hülfstafel angewandt, wie die Rechnung sie gegeben hat, ohne die Decimalbrüche wegzulassen. Für jeden Rechnungskundigen ist die Bemerkung überflüssig, dafs diese Bruchtheile an sich keinen Werth haben, da wir noch weit davon entfernt sind, nur die ganzen Einer mit Zuverlässigkeit ausmitteln zu können; allein es ist von Wichtigkeit, dafs die Beobachtungen mit einem und demselben bestimmten System von Elementen scharf verglichen werden, und da war kein Grund vorhanden, an dem, was die Rechnung ergeben hatte, etwas zu verändern, weil durch Weglassung der Decimalbrüche für die Bequemlichkeit der Vergleichungsrechnungen gar nichts gewonnen worden sein würde.

27.

Der entwickelte Ausdruck für V nach obigen Zahlen ist folgender, wobei der Abkürzung wegen e für cos u und f für sin u geschrieben ist.

$$\begin{aligned}\frac{V}{R} = &+ 1{,}977 + 937{,}103\,e + 71{,}245\,ee - 18{,}868\,e^3 \\ &- 108{,}855\,e^4 \\ &+ (64{,}437 - 79{,}518\,e + 122{,}936\,ee + 152{,}589\,e^3)\,f\cos\lambda \\ &+ (-188{,}303 - 33{,}507\,e + 47{,}794\,ee + 64{,}112\,e^3)\,f\sin\lambda \\ &+ (7{,}035 - 73{,}193\,e - 45{,}791\,ee)\,ff\cos 2\lambda \\ &+ (-45{,}092 - 22{,}766\,e - 42{,}573\,ee)\,ff\sin 2\lambda \\ &+ (1{,}396 + 19{,}774\,e)\,f^3\cos 3\lambda \\ &+ (-18{,}750 - 0{,}178\,e)\,f^3\sin 3\lambda \\ &+ 4{,}127\,f^4\cos 4\lambda \\ &+ 3{,}175\,f^4\sin 4\lambda.\end{aligned}$$

Es mögen ferner die vollständig entwickelten Ausdrücke für die drei Componenten der magnetischen Kraft hier Platz finden.

$$\begin{aligned}X = &(937{,}103 + 142{,}490\,e - 56{,}603\,ee - 435{,}420\,e^3)\,f \\ &+ (-79{,}518 + 181{,}435\,e - 298{,}732\,ee - 368{,}808\,e^3 \\ &\qquad + 610{,}357\,e^4)\cos\lambda \\ &+ (-33{,}507 + 283{,}892\,e + 259{,}349\,ee - 443{,}383\,e^3 \\ &\qquad - 256{,}448\,e^4)\sin\lambda \\ &+ (-73{,}193 + 105{,}652\,e + 219{,}579\,ee + 183{,}464\,e^3)\,f\cos 2\lambda \\ &+ (-22{,}766 + 175{,}330\,e + 68{,}098\,ee - 170{,}292\,e^3)\,f\sin 2\lambda\end{aligned}$$

$$+ (19{,}774 - 4{,}188\,e - 79{,}096\,ee)\,ff\cos 3\lambda$$
$$+ (-\ 0{,}178 + 56{,}250\,e + 0{,}716\,ee)\,ff\sin 3\lambda$$
$$- 16{,}508\,ef^3\cos 4\lambda$$
$$- 12{,}701\,ef^3\sin 4\lambda$$

$$Y = (188{,}303 + 33{,}507\,e - 47{,}794\,ee - 64{,}112\,e^3)\cos\lambda$$
$$+ (64{,}437 - 79{,}518\,e + 122{,}936\,ee - 152{,}589\,e^3)\sin\lambda$$
$$+ (90{,}184 + 45{,}532\,e - 85{,}146\,ee)\,f\cos 2\lambda$$
$$+ (14{,}070 - 146{,}386\,e - 91{,}582\,ee)\,f\sin 2\lambda$$
$$+ (56{,}250 + 0{,}534\,e)\,ff\cos 3\lambda$$
$$+ (4{,}188 + 59{,}322\,e)\,ff\sin 3\lambda$$
$$- 12{,}701\,f^3\cos 4\lambda$$
$$+ 16{,}508\,f^3\sin 4\lambda$$

$$Z = -\ 24{,}593 + 1896{,}847\,e + 400{,}343\,ee - 75{,}471\,e^3 - 544{,}275\,e^4$$
$$+ (79{,}700 - 107{,}763\,e + 491{,}744\,ee - 762{,}946\,e^3)\,f\cos\lambda$$
$$+ (-\ 395{,}724 - 155{,}473\,e + 191{,}176\,ee + 320{,}560\,e^3)\,f\sin\lambda$$
$$+ (34{,}187 - 292{,}772\,e - 228{,}955\,ee)\,ff\cos 2\lambda$$
$$+ (-\ 147{,}439 - 91{,}064\,e + 212{,}865\,ee)\,ff\sin 2\lambda$$
$$+ (5{,}584 + 98{,}870\,e)\,f^3\cos 3\lambda$$
$$+ (-\ 75{,}000 - 0{,}890\,e)\,f^3\sin 3\lambda$$
$$+ 20{,}635\,f^4\cos 4\lambda$$
$$+ 15{,}876\,f^4\sin 4\lambda$$

Nachdem diese Componenten für einen gegebenen Ort berechnet sind, erhält man die Bestimmungsstücke der magnetischen Kraft in der gewöhnlichen Form auf folgende Art. Es sei δ die Declination, i die Inclination, ψ die ganze, ω die horizontale Intensität. Man bestimmt zuerst δ und ω vermittelst der Formeln

$$X = \omega\cos\delta, \quad Y = \omega\sin\delta$$

und sodann i und ψ vermittelst der folgenden

$$\omega = \psi\cos i, \quad Z = \psi\sin i.$$

28.

Da die Formeln für X, Y, Z zusammen 71 Glieder enthalten, so ist die unmittelbare Rechnung nach denselben eine ziemlich beschwerliche Arbeit, und die Wiederhohlung derselben für eine grofse Anzahl von Oertern würde allerdings desto mehr abschreckendes haben, da man ohne dieselbe Rechnung zweimal zu machen nicht wohl hoffen dürfte, gegen mögliche

Rechnungsfehler geschützt zu sein. Auch würde man wenig gewinnen, wenn man sämmtliche Glieder, deren Coefficienten weniger als eine Einheit, oder selbst weniger als 10 Einheiten betragen, unterdrücken wollte, da die Anzahl der übrigen sich doch noch auf 65 belaufen würde. Da nun aber der ganze Werth der Arbeit ungewifs bleiben würde, wenn man sie nicht an einer beträchtlichen Anzahl wirklicher Beobachtungen prüfte, so habe ich die Mühe nicht gescheuet, eine Hülfstafel zu berechnen*), bei deren Gebrauch die Arbeit in hohem Grade abgekürzt und erleichtert, und eben dadurch die Sicherstellung gegen Rechnungsfehler wesentlich befördert wird. Ihre Einrichtung beruhet darauf, dafs die Werthe der Componenten in folgende Form gebracht sind

$$X = a^0 + a' \cos(\lambda + A') + a'' \cos(2\lambda + A'') + a''' \cos(3\lambda + A''') + a^{IV} \cos(4\lambda + A^{IV})$$

$$Y = b' \cos(\lambda + B') + b'' \cos(2\lambda + B'') + b''' \cos(3\lambda + B''') + b^{IV} \cos(4\lambda + B^{IV})$$

$$Z = c^0 + c' \cos(\lambda + C') + c'' \cos(2\lambda + C'') + c''' \cos(3\lambda + C''') + c^{IV} \cos(4\lambda + C^{IV})$$

Die erste Tafel enthält die von λ unabhängigen Theile von X und Z; in den vier folgenden findet man die Werthe der Hülfswinkel A', A'' u. s. w., und der Logarithmen von a', a'' u. s. w. alles für die einzelnen Grade der Breite $\varphi = 90^0 - u$. Die Tafel ist am Ende des Bandes beigefügt.

Als Beispiel mag die Rechnung für Göttingen hier Platz finden.

Mit der Breite $+ 51^0 32'$ findet man aus den Tafeln

$a^0 = + 500{,}8$		$c^0 = + 1465{,}2$
$\log a' = 2{,}28980$	$\log b' = 2{,}18900$	$\log c' = 2{,}20204$
$\log a'' = 1{,}79403$	$\log b'' = 2{,}03220$	$\log c'' = 2{,}12777$
$\log a''' = 1{,}32522$	$\log b''' = 1{,}46845$	$\log c''' = 1{,}43199$
$\log a^{IV} = 0{,}59391$	$\log b^{IV} = 0{,}70016$	$\log c^{IV} = 0{,}59091$
$A' = 249^0 30'$	$B' = 358^0 24'$	$C' = 105^0 44'$
$A'' = 311\ 45$	$B'' = 64\ 50$	$C'' = 165\ 15$
$A''' = 234\ 10$	$B''' = 318\ 13$	$C''' = 42\ 22$
$A^{IV} = 142\ 26$	$B^{IV} = 232\ 26$	$C^{IV} = 322\ 26$

*) Die Berechnung eines Theils dieser Hülfstafel hat Hr. Doctor Goldschmidt ausgeführt.

und hiernach mit der Länge $\lambda = 9^0 56\frac{1}{3}'$ die Theile von

X	Y	Z
+ 500,8		+ 1465,2
— 35,71	+ 152,89	— 68,99
+ 54,76	+ 9,92	— 133,67
— 2,21	+ 28,77	+ 8,27
— 3,92	+ 0,19	+ 3,90
$X = +$ 513,72	$Y = +$ 191,77	$Z = +$ 1274,71

Die weitere Rechnung ergibt dann

$\delta = + 20^0 28'$ $\log \omega = 2{,}73907$

$i = + 66\ 43$

$\psi = 1387{,}6$ oder in der gewöhnlichen Einheit

$\psi = 1{,}3876.$

29.

Die folgende Tafel enthält nun die Vergleichung unsrer Formeln mit den Beobachtungen von 91 Punkten aus allen Theilen der Erde. Da die drei Karten, aus welchen die Data für unsre Rechnung entnommen waren, den Zustand für die neueste Zeit darzustellen bestimmt sind, so wurden auch nur Beobachtungen aus dieser in die Vergleichung aufgenommen, und vorzugsweise von solchen Orten, wo alle drei Elemente des Magnetismus beobachtet sind. Die Forderung einer genauen Gleichzeitigkeit kann jetzt noch nicht gemacht werden, ohne unsern Besitz auf eine äufserst kleine Anzahl herabzusetzen.

		Breite	Länge	Declination		
				Berechn.	Beobacht.	Untersch.
1	Spitzbergen	+ 79°50′	11°40′	+ 26°31′	+ 25°12′	+ 1°19′
2	Hammerfest	70 40	23 46	+ 12 23	+ 10 50	+ 1 33
3	Magn. Pol. n. Ross	70 5	263 14	— 22 23		
4	Reikiavik	64 8	338 5	+ 40 12	+ 43 14	— 3 2
5	Jakutsk	62 1	129 45	+ 0 5	+ 5 50	— 5 45
6	Porotowsk	62 1	131 50	+ 0 4	+ 4 46	— 4 42
7	Nochinsk	61 57	134 57	— 0 3	+ 2 11	— 2 14
8	Tschernoljes	61 31	136 23	0 0	+ 3 30	— 3 30
9	Petersburg	59 56	30 19	+ 6 47	+ 6 44	+ 0 3
10	Christiania	59 54	10 44	+ 19 55	+ 19 50	+ 0 5
11	Ochotsk	59 21	143 11	— 0 18	+ 2 18	— 2 36
12	Tobolsk	58 11	68 16	— 7 19	— 10 29	+ 3 10
13	Tigil Fluss	58 1	158 15	— 4 20	— 4 6	— 0 14
14	Sitka	57 3	224 35	— 28 45	— 28 19	— 0 26
15	Tara	56 54	74 4	— 7 44	— 9 36	+ 1 52
16	Catharinenburg	56 51	60 34	— 5 20	— 6 18	+ 0 58
17	Tomsk	56 30	85 9	— 7 21	— 8 34	+ 1 13
18	Nishny Nowgorod	56 19	43 57	+ 1 10	— 0 27	+ 1 37
19	Krasnojarsk	56 1	92 57	— 5 49	— 6 40	+ 0 51
20	Kasan	55 48	49 7	— 1 7	— 2 22	+ 1 15
21	Moskwa	55 46	37 37	+ 4 26	+ 3 2	+ 1 24
22	Königsberg	54 43	20 30	+ 14 15	+ 13 22	+ 0 53
23	Barnaul	53 20	83 56	— 7 0	— 7 25	+ 0 25
24	Uststretensk	53 20	121 51	+ 1 29	+ 4 21	— 2 52
25	Gorbizkoi	53 6	119 9	+ 1 5	+ 2 54	— 1 49
26	Petropaulowsk	53 0	158 40	— 3 34	— 4 6	+ 0 32
27	Uriupina	52 47	120 4	+ 1 16	+ 4 4	— 2 48
28	Berlin	52 30	13 24	+ 18 31	+ 17 5	+ 1 26
29	Pogromnoi	52 30	111 3	— 0 38	+ 0 18	— 0 56
30	Irkuzk	52 17	104 17	— 2 27	— 1 38	— 0 49
31	Stretensk	52 15	117 40	+ 0 54	+ 2 52	— 1 58
32	Stepnoi	52 10	106 21	— 1 52	— 1 8	— 0 44
33	Tschitanskoi	52 1	113 27	0 0	+ 1 13	— 1 13
34	Nertschinsk Stadt	51 56	116 31	+ 0 42	+ 2 53	— 2 11
35	Werchneudinsk	51 50	107 46	— 1 26	— 0 24	— 1 2
36	Orenburg	51 45	55 6	— 2 48	— 3 22	+ 0 34
37	Argunskoi	51 33	119 56	+ 1 22	+ 3 44	— 2 22
38	Göttingen	51 32	9 56	+ 20 28	+ 18 38	+ 1 50
39	London	51 31	359 50	+ 25 37	+ 24 0	+ 1 37
40	Nertschinsk Bergw.	51 19	119 37	+ 1 20	+ 4 6	— 2 46
41	Tschindant	50 34	115 32	+ 0 34	+ 2 14	— 1 40
42	Charazaiska	50 29	104 44	— 2 9	— 2 27	+ 0 18
43	Zuruchaitu	50 23	119 3	+ 1 18	+ 3 11	— 1 53
44	Troizkosawsk	50 21	106 45	— 1 34	— 0 12	— 1 22
45	Abagaitujewskoi	49 35	117 50	+ 1 8	+ 2 54	— 1 46
46	Altanskoi	49 28	111 30	— 0 16	+ 0 48	— 1 4
47	Mendschinskoi	49 26	108 55	— 0 56	+ 0 12	— 1 8
48	Paris	48 52	2 21	+ 24 6	+ 22 4	+ 2 2
49	Chunzal	48 13	106 27	— 1 30	— 1 6	— 0 24
50	Urga	47 55	106 42	— 1 26	— 1 16	— 0 10

	Inclination			Intensität		
	Berechn.	Beobacht.	Untersch.	Berechn.	Beobacht.	Untersch.
1	+ 82° 1′	+ 81°11′	+ 0°50′	1,599	1,562	+ 0,037
2	77 19	77 15	+ 0 4	1,545	1,506	+ 0,039
3	88 48	90 0	— 1 12	1,717		
4	80 40	77 0	+ 3 40	1,527		
5	74 36	74 18	+ 0 18	1,661	1,697	— 0,036
6	74 27	74 0	+ 0 27	1,658	1,721	— 0,063
7	74 12	73 37	+ 0 35	1,653	1,713	— 0,060
8	73 48	73 8	+ 0 40	1,648	1,700	— 0,052
9	70 25	71 3	— 0 38	1,469	1,410	+ 0,059
10	72 4	72 7	— 0 3	1,456	1,419	+ 0,037
11	71 36	70 41	+ 0 55	1,621	1,615	+ 0,006
12	70 13	71 1	— 0 48	1,575	1,557	+ 0,018
13	69 55	68 28	+ 1 27	1,583	1,577	+ 0,006
14	76 30	75 51	+ 0 39	1,697	1,731	— 0,034
15	69 46	70 28	— 0 42	1,586	1,575	+ 0,011
16	68 24	69 16	— 0 52	1,535	1,523	+ 0,012
17	70 33	70 55	— 0 22	1,613	1,619	— 0,006
18	67 9	68 41	— 1 32	1,469	1,442	+ 0,027
19	70 24	71 0	— 0 36	1,638	1,657	— 0,019
20	67 13	68 25	— 1 12	1,477	1,433	+ 0,044
21	66 45	68 57	— 2 12	1,446	1,404	+ 0,042
22	67 19	69 26	— 2 7	1,410	1,365	+ 0,045
23	67 50	68 10	— 0 20	1,591	1,605	— 0,014
24	68 32	68 11	+ 0 21	1,609	1,656	— 0,047
25	68 32	68 22	+ 0 10	1,611	1,660	— 0,049
26	65 31	63 50	+ 1 41	1,521	1,489	+ 0,032
27	68 17	67 53	+ 0 24	1,612	1,667	— 0,055
28	66 45	68 7	— 1 22	1,391	1,367	+ 0,024
29	68 25	68 8	+ 0 17	1,616	1,640	— 0,024
30	68 17	68 14	+ 0 3	1,616	1,647	— 0,031
31	67 55	67 38	+ 0 17	1,606	1,649	— 0,043
32	68 12	68 10	+ 0 2	1,615	1,663	— 0,048
33	67 56	67 42	+ 0 14	1,609	1,668	— 0,059
34	67 43	67 11	+ 0 32	1,604	1,635	— 0,031
35	67 55	68 6	— 0 11	1,612	1,657	— 0,045
36	63 14	64 44	— 1 30	1,461	1,432	+ 0,029
37	67 10	66 54	+ 0 16	1,595	1,655	— 0,060
38	66 43	67 56	— 1 13	1,388	1,357	+ 0,031
39	68 54	69 17	— 0 23	1,410	1,372	+ 0,038
40	66 59	66 33	+ 0 26	1,593	1,617	— 0,024
41	66 35	66 32	+ 0 3	1,592	1,650	— 0,058
42	66 45	66 56	— 0 11	1,599	1,643	— 0,044
43	66 12	66 13	— 0 1	1,584	1,626	— 0,042
44	66 38	66 19	+ 0 19	1,597	1,642	— 0,045
45	65 33	64 48	+ 0 45	1,577	1,583	— 0,006
46	65 46	65 20	+ 0 26	1,585	1,619	— 0,034
47	65 48	65 31	+ 0 17	1,587	1,630	— 0,043
48	66 45	67 24	— 0 39	1,389	1,348	+ 0,041
49	64 42	64 29	+ 0 13	1,574	1,612	— 0,038
50	64 25	64 4	+ 0 21	1,571	1,583	— 0,012

		Breite	Länge	Declination		
				Berechn.	Beobacht.	Untersch.
51	Astrachan	+46° 20′	48° 0′	+ 1° 40′	+ 1° 12′	+ 0° 28′
52	Chologur	46 0	110 34	— 0 20	+ 0 49	— 1 9
53	Ergi	45 32	111 25	— 0 6	+ 1 7	— 1 13
54	Mailand	45 28	9 9	+ 20 56	+ 18 33	+ 2 23
55	Sendschi	44 45	110 26	— 0 20	+ 0 30	— 0 50
56	Batchay	44 21	112 55	+ 0 16	+ 0 59	— 0 43
57	Scharabudurguna	43 13	114 6	+ 0 32	+ 0 46	— 0 14
58	Neapel	40 52	14 6	+ 18 53	+ 15 20	+ 3 33
59	Chalgan	40 49	114 58	+ 0 42	+ 1 13	— 0 31
60	Pekin	39 54	116 26	+ 0 58	+ 1 48	— 0 50
61	Terceira	38 39	332 47	+ 25 17	+ 24 18	+ 0 59
62	San Francisco	37 49	237 35	— 16 22	— 14 55	— 1 27
63	Port Praya	14 54	336 30	+ 16 17	+ 16 30	— 0 13
64	Madras	13 4	80 17	— 4 1		
65	Galapagos Insel	— 0 50	270 23	— 8 57	— 9 30	+ 0 33
66	Ascension	7 56	345 36	+ 14 37	+ 13 30	+ 1 7
67	Pernambuco	8 4	325 9	+ 5 58	+ 5 54	+ 0 4
68	Callao	12 4	285 46	— 9 6	— 10 0	+ 0 54
69	Keeling Insel	12 5	96 55	+ 0 23	+ 1 12	— 0 49
70	Bahia	12 59	321 30	+ 3 12	+ 4 18	— 1 6
71	St. Helena	15 55	354 17	+ 18 48	+ 18 0	+ 0 48
72	Otaheite	17 29	210 30	— 5 45	— 7 34	+ 1 49
73	Mauritius	20 9	57 31	+ 11 9	+ 11 18	— 0 9
74	Rio de Janeiro	22 55	316 51	— 1 11	— 2 8	+ 0 57
75	Valparaiso	33 2	288 19	— 13 45	— 15 18	+ 1 33
76	Sydney	33 51	151 17	— 7 51	— 10 24	+ 2 33
77	Vorg. d. g. Hoffn.	34 11	18 26	+ 27 24	+ 28 30	— 1 6
78	Monte Video	34 53	303 47	— 11 23	— 12 0	+ 0 37
79	K. Georgs Sund	35 2	117 56	+ 5 12	+ 5 36	— 0 24
80	Neu Seeland	35 16	174 0	— 11 10	— 14 0	+ 2 50
81	Concepcion	36 42	286 50	— 14 43	— 16 48	+ 2 5
82	Blanco Bay	38 57	298 1	— 12 57	— 15 0	+ 2 3
83	Valdivia	39 53	286 31	— 16 13	— 17 30	+ 1 17
84	Chiloe	41 51	286 4	— 16 56	— 18 0	+ 1 4
85	Hobarttown	42 53	147 24	— 5 51	— 11 6	+ 5 15
86	Port Low	43 48	285 58	— 17 32	— 19 48	+ 2 16
87	Port San Andres	46 35	284 25	— 19 4	— 20 48	+ 1 44
88	Port Desire	47 45	294 5	— 16 52	— 20 12	+ 3 20
89	R. Santa Cruz	50 7	291 36	— 18 23	— 20 54	+ 2 31
90	Falkland Insel	51 32	301 53	— 15 16	— 19 0	+ 3 44
91	Port Famine	53 38	289 2	— 20 28	— 23 0	+ 2 32

	Inclination			Intensität		
	Berechn.	Beobacht.	Untersch.	Berechn.	Beobacht.	Untersch.
51	+ 56°59′	+ 59°58′	— 2°59′	1,358	1,334	+ 0,024
52	62 31	61 54	+ 0 37	1,545	1,580	— 0,035
53	61 58	61 22	+ 0 36	1,539	1,559	— 0,020
54	62 13	63 48	— 1 35	1,331	1,294	+ 0,037
55	61 15	60 42	+ 0 33	1,529	1,530	— 0,001
56	60 46	60 18	+ 0 28	1,520	1,553	— 0,033
57	59 32	59 3	+ 0 29	1,502	1,538	— 0,036
58	56 26	58 53	— 2 27	1,271	1,271	0,
59	56 51	56 17	+ 0 34	1,465	1,459	+ 0,006
60	55 43	54 49	+ 0 54	1,448	1,453	— 0,005
61	68 34	68 6	+ 0 28	1,469	1,457	+ 0,012
62	64 14	62 38	+ 1 36	1,592	1,591	+ 0,001
63	45 51	46 3	— 0 12	1,168	1,156	+ 0,012
64	4 14	6 52	— 2 38	1,038	1,031	+ 0,007
65	13 24	9 29	+ 3 55	1,085	1,069	+ 0,016
66	5 32	1 39	+ 3 53	0,813	0,873	— 0,060
67	13 2	13 13	— 0 11	0,909	0,914	— 0,005
68	— 3 23	— 7 3	+ 3 40	0,994		
69	— 39 19	— 38 33	— 0 46	1,161		
70	+ 3 59	+ 5 24	— 1 25	0,883	0,871	+ 0,012
71	— 14 55	— 18 1	+ 3 6	0,808	0,836	— 0,028
72	— 27 26	— 30 26	+ 3 0	1,113	1,094	+ 0,019
73	— 54 8	— 54 1	— 0 7	1,060	1,144	— 0,084
74	— 14 49	— 13 30	— 1 19	0,879	0,878	+ 0,001
75	— 37 56	— 39 7	+ 1 11	1,094	1,176	— 0,082
76	— 58 11	— 62 49	+ 4 38	1,667	1,685	— 0,018
77	— 51 4	— 52 35	+ 1 31	0,981	1,014	— 0,033
78	— 35 34	— 35 40	+ 0 6	1,022	1,060	— 0,038
79	— 62 39	— 64 41	+ 2 2	1,658	1,709	— 0,051
80	— 54 46	— 59 32	+ 4 46	1,616	1,591	+ 0,025
81	— 42 49	— 44 13	+ 1 24	1,147	1,218	— 0,071
82	— 42 1	— 41 54	— 0 7	1,103	1,113	— 0,010
83	— 46 13	— 46 47	+ 0 34	1,145	1,238	— 0,093
84	— 48 14	— 49 26	+ 1 12	1,227	1,313	— 0,086
85	— 66 57	— 70 35	+ 3 38	1,894	1,817	+ 0,077
86	— 50 4	— 51 20	+ 1 16	1,257	1,326	— 0,069
87	— 53 0	— 54 14	+ 1 14	1,310		
88	— 51 22	— 52 43	+ 1 21	1,263	1,359	— 0,096
89	— 53 49	— 55 16	+ 1 27	1,321	1,425	— 0,104
90	— 52 46	— 53 25	+ 0 39	1,276	1,367	— 0,091
91	— 57 38	— 59 53	+ 2 15	1,424	1,532	— 0,108

Über die hier zur Vergleichung gebrachten Beobachtungen gebe ich noch folgende Nachweisungen:

Die Intensitätsbestimmungen sind gröfstentheils entlehnt aus Sabine's *Report on the variation of magnetic intensity* (in dem schon oben erwähnten *Seventh Report of the British Association for the advancement of Science*).

Die grofse Anzahl magnetischer Beobachtungen aus dem Russischen Reiche und dem angrenzenden Theile von China verdanken wir

Hansteen (Poggendorffs Annalen).
Erman (*Reise um die Erde*, und handschriftliche Mittheilungen).
von Humboldt (*Voyage aux regions équinoxiales* T. 13.).
Fufs (*Mémoires de l'Academie des Sciences de St. Petersbourg, Sixieme serie*).
Fedor (Handschriftlich mitgetheilt durch v. Struve).
Reinke (*Observations météorologiques et magnétiques faites dans l'étendue de l'empire de Russie, redigées par A. T. Kupffer*, Nr. II.).

Bei folgenden Oertern wurde das Mittel aus den Bestimmungen mehrerer Beobachter genommen, die zum Theil unter einander gröfsere Verschiedenheit darbieten, als auf Rechnung der jährlichen Änderungen gesetzt werden kann:

(12) Tobolsk

Declination.	Hansteen 1828 . . .	— 9°58′
	Erman 1828	— 9 47
	Fufs 1830	— 11 52
	Fedor 1833	— 10 20
Inclination.	Erman 1828	71 7
	Von Humboldt 1829 . .	70 56
	Fufs 1830	71 1
	Fedor 1833	71 2

(16) Catharinenburg

Declination.	Hansteen 1828 . . .	— 6°27′
	Erman 1828	— 7 23
	Reinke 1836	— 5 5
Inclination.	Erman 1828	69 24
	Von Humboldt 1829 . .	69 6
	Fuss 1830	69 19
	Fedor 1832	69 15

(17) Tomsk

Declination.	Hansteen 1828 . . .	— 8°32′
	Erman 1829	— 8 36
Inclination.	Erman 1829	70 59
	Fufs 1830	70 51

(18) Nishny Nowgorod

Declination.	Erman 1828	— 0° 46′
	Fufs 1830	— 0 8

(19) Krasnojarsk

Declination.	Hansteen 1829 . . .	— 6° 43′
	Erman 1829 . . .	— 6 37
	Fedor 1835	— 7 26
Inclination.	Erman 1829	70 53
	Fedor 1835	71 8

(20) Kasan

Inclination.	Erman 1828	68° 21′
	Von Humboldt 1829 . .	68 27
	Fufs 1830	68 26

(21) Moskwa

Declination.	Hansteen 1828 . . .	+ 3° 3′
	Erman 1828	+ 3 1
Inclination.	Erman 1828	68 58
	Von Humboldt 1829 . .	68 57

(30) Irkuzk

Declination.	Hansteen 1829 . . .	— 1° 37′
	Erman 1829 . . .	— 1 52
	Fufs 1830	— 1 25
Inclination.	Erman 1829	68 7
	Fufs 1830	68 15
	Fufs 1832	68 20

(36) Orenburg

Inclination.	Von Humboldt 1829 . .	64° 41′
	Fedor 1832	64 47

(44) Troizkosawsk

Declination.	Hansteen 1829 . . .	+ 0° 5′
	Erman 1829	+ 0 33
	Fufs 1830	— 0 1
Inclination.	Erman 1829	66 14
	Fufs 1830	66 24

Die meisten Bestimmungen in der südlichen Hemisphäre rühren von den Capitaines King und Fitz Roy her, und sind aus einer kleinen Schrift von Sabine (*Magnetic Observations made during the voyages of the ships Adventure and Beagle* 1826 — 1836) entlehnt.

Die Bestimmungen für die übrigen einzelnen Punkte sind zum Theil auch aus den angeführten Quellen entlehnt; von den andern erwähne ich noch folgende:

(1) Spitzbergen. Beobachter Sabine 1823 (Aus dessen *Account of experiments to determine the figure of the earth*).

(2) Hammerfest. Declination und Inclination im Mittel nach den Bestimmungen von Sabine 1823 (aus angeführtem Werke) und von Parry 1827 (aus dessen *Narrative of an attempt to reach the North Pole*).

(3) Magnetischer Pol, nach Ross 1831 (*Philosophical Transactions* 1834).

(4) Reikiavik nach Beobachtungen von Lottin 1836 (*Voyage en Islande*).

(28) Berlin nach Encke 1836 (*Astronomisches Jahrbuch* 1839).

(38) Göttingen. Die Declination gilt für 1835 Oct. 1 (*Resultate für* 1836 S. 59); die Inclination ist durch Interpolation zwischen von Humboldts Beobachtung 1826 und Forbes 1837 auf dieselbe Epoche reducirt.

(39) London, nach handschriftlich mitgetheilten Beobachtungen für die Declination von Capitaine Ross; für die Inclination von Phillips, Fox, Ross, Johnson und Sabine; die mittlere Epoche für die Declination April 1838, für die Inclination Mai 1838.

(48) Paris für 1835 aus dem *Annuaire* für 1836.

(54) Mailand 1837, von Kreil, nach dessen handschriftlichen Mittheilungen.

(58) Neapel, 1835 nach Beobachtungen von Sartorius und Listing. Die in absolutem Maafse bestimmte Intensität wurde mit dem unten (Art. 31) gegebenen Factor auf die gewöhnliche Einheit reducirt.

(64) Madras 1837 nach Taylors Beobachtungen, entlehnt aus dem *Journal of the Asiatic Society of Bengal*, May 1837.

30.

Wenn man bei der Beurtheilung der Unterschiede zwischen Rechnung und Beobachtung, welche die vorstehende tabellarische Vergleichung ergibt, in Erwägung zieht, dafs einerseits fast sämmtliche Beobachtungen mit den Fehlern der Operation und den zufälligen Anomalien in der magnetischen Kraft selbst behaftet sind, und nicht für ein und dasselbe Jahr gelten *); andererseits, dafs in unsern Formeln nur die Glieder

*) Von der bedeutenden Discordanz zwischen verschiedenen Beobachtern bei einem und demselben Orte gibt schon das im vorhergehenden Artikel Mitgetheilte einige Proben; einige andere mögen hier noch

bis zur vierten Ordnung enthalten sind, während die folgenden noch sehr merklich sein mögen: so scheint die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung allen billigen Erwartungen zu genügen, die man von einem ersten Versuche haben durfte. Unser Ausdruck für $\frac{V}{R}$ darf also wohl als der Wahrheit nahe kommend betrachtet werden, wenigstens in seinen beträchtlichern Gliedern, und es hat daher der Mühe werth geschienen, von dem Gange der numerischen Werthe von $\frac{V}{R}$ durch eine graphische Darstellung eine Versinnlichung zu geben. Es ist diefs durch eine von Hrn. Dr. Goldschmidt gezeichnete Karte in drei Abtheilungen geschehen, deren erste nach Mercators Projection den ganzen Erdgürtel zwischen 70° nordlicher und 70° südlicher Breite, die beiden andern nach stereographischer Projection die Polargegenden bis zu 65° Breite vorstellen. Die Correctionen und Vervollständigungen, welche in Zukunft eine wiederhohlte und auf vollkommnere Data gegründete Berechnung an dem Audruck für $\frac{V}{R}$ nöthig machen wird, werden zwar ohne Zweifel noch bedeutende Verschiebungen in diesem Liniensystem hervorbringen, besonders in den hohen südlichen Breiten: aber eine wesentliche Aenderung in der ganzen Gestaltung selbst ist nicht denkbar ohne so grofse Aenderungen in dem Ausdrucke für $\frac{V}{R}$, dafs die Übereinstimmung mit den vorhandenen Beobachtungen verloren gehen müfste. Wir sind also hiedurch zu dem wichtigen Resultate

---

angeführt werden, wo die Unterschiede viel gröfser sind, als mit irgend einiger Wahrscheinlichkeit auf Rechnung regelmäfsiger jährlicher Aenderung gesetzt werden kann. Die Inclination in Valparaiso war 1829 nach King — 40°11′, 1835 nach Fitz Roy — 38°3′. Auf der Insel Mauritius war die Intensität im Jahre 1818 nach Freycinet 1,096, im Jahr 1836 nach Fitz Roy 1,192. Noch gröfser ist der Unterschied bei Otaheite, wo die Intensität 1830 von Erman = 1,172 gefunden ist, hingegen 1835 von Fitz Roy = 1,017. Diese letztere Verschiedenheit an einem für künftige Verbesserung der Elemente höchst wichtigen Platze ist bedeutend gröfser, als die gröfste, die unter allen unsern 86 Vergleichungen berechneter Intensitäten mit beobachteten vorkommt.

geführt, dafs das System der Linien gleicher Werthe von V auf der Oberfläche der Erde wirklich unter dem einfachsten oben Art. 11 beschriebenen Typus begriffen ist, und dafs also *nur zwei magnetische Pole* auf der Erde vorhanden sind, wenn man von dem im 13. Artikel erwähnten Falle einer localen Ausnahme absieht, dessen Vorkommen oder Nichtvorkommen zur Zeit noch dahin gestellt bleiben mufs. Die genaue Berechnung nach unsern Elementen gibt die Plätze dieser beiden Pole

1) in $73^0\,35'$ nordlicher Breite, $264^0\,21'$ Länge östlich von Greenwich, mit dem Werthe der ganzen Intensität $= 1{,}701$ (nach gewöhnlicher Einheit).

2) in $72^0\,35'$ südlicher Breite, $152^0\,30'$ Länge mit der ganzen Intensität $= 2{,}253$.

Im erstern Punkte hat $\frac{V}{R}$ seinen gröfsten Werth $= +\,895{,}86$, im zweiten den kleinsten $= -\,1030{,}24$.

Nach Ross's Beobachtung fällt der nordliche magnetische Pol um $3^0\,30'$ südlicher als nach unserer Rechnung, und letztere gibt, wie aus unsrer Vergleichungstafel ersichtlich ist, eine um $1^0\,12'$ fehlerhafte Richtung der magnetischen Kraft an jenem Platze. Beim südlichen magnetischen Pole wird man eine bedeutend gröfsere Verschiebung zu erwarten haben. Da in Hobarttown, als dem demselben am nächsten liegenden Beobachtungsorte, die berechnete Inclination, ohne Rücksicht auf das Zeichen, von der Rechnung um $3^0\,38'$ zu klein angegeben wird, insofern man sich auf die Beobachtung verlassen kann, so wird der wirkliche südliche magnetische Pol wahrscheinlich bedeutend nordlicher liegen als ihn unsere Rechnung angibt, und möchte derselbe etwa in der Gegend von 66^0 Breite und 146^0 Länge zu suchen sein.

31.

Wenngleich man den beiden Punkten auf der Erdoberfläche, wo die horizontale Kraft verschwindet, und die man die magnetischen Pole nennt, wegen ihrer Beziehung auf die Gestaltung der Erscheinungen der horizontalen Kraft auf der ganzen Erdfläche eine gewisse Bedeutsamkeit wohl beilegen mag, so mufs man sich doch hüten, dieser Bedeutsamkeit eine weitere Ausdehnung zu geben: namentlich ist die Chorde, welche jene beiden Punkte verbindet, ohne alle Bedeutung,

und es würde ein unpassender Mifsgriff sein, wenn man *diese* gerade Linie durch die Benennung *magnetische Axe* der Erde auszeichnen wollte. Die einzige Art, wie man dem Begriffe der magnetischen Axe eines Körpers eine allgemein gültige Haltung geben kann, ist die im 5. Artikel der *Intensitas vis magneticae* festgesetzte, wonach darunter eine gerade Linie verstanden wird, in Beziehung auf welche das Moment des in dem Körper enthaltenen freien Magnetismus ein Maximum ist. Zur Bestimmung der Lage der magnetischen Axe der Erde in diesem Sinn, und zugleich des Moments des Erdmagnetismus in Beziehung auf dieselbe, ist nun nach dem, was oben im 17. Art. bereits bemerkt ist, blofs die Kenntnifs der Glieder erster Ordnung von V erforderlich. Nach unsern Elementen Art. 26 ist

$$P' = +925{,}782\cos u + 89{,}024\sin u\cos\lambda - 178{,}744\sin u\sin\lambda,$$

mithin sind $-925{,}782\,R^3$, $-89{,}024\,R^3$, $+178{,}744\,R^3$ die Momente des Erdmagnetismus in Beziehung auf die Erdaxe, und die beiden Erdradien für die Länge 0 und 90°. Bei der Erdaxe ist die Richtung nach dem Nordpole zu verstanden, und das negative Zeichen des entsprechenden Moments zeigt an, dafs die magnetische Axe einen stumpfen Winkel mit jener macht, d. i. dafs ihr magnetischer Nordpol nach Süden gekehrt ist. Die Richtung der magnetischen Axe findet sich hieraus parallel dem Erddiameter von 77° 50′ N. Breite 296° 29′ Länge nach 77° 50′ S. Breite 116° 29′ Länge, und das magnetische Moment in Beziehung auf dieselbe $= 947{,}08\,R^3$. Bei letzterm mufs man sich erinnern, dafs unsern Elementen eine Einheit für die Intensität zum Grunde liegt, die ein Tausendtheil der gewöhnlich gebrauchten ist. Um die Reduction auf die in der *Intensitas vis magneticae* festgesetzte absolute Einheit zu erhalten, bemerken wir, dafs in letzterer die horizontale Intensität in Göttingen, 1834 am 19. Julius $= 1{,}7748$ gefunden war, woraus mit der Inclination 68° 1′ die ganze Intensität $= 4{,}7414$ folgt, während sie nach obiger Einheit $= 1357$ angenommen wird. Der Reductionsfactor ist also $= 0{,}0034941$, und sonach das magnetische Moment der Erde nach der absoluten Einheit

$$= 3{,}3092\,R^3$$

Da bei dieser absoluten Einheit für die erdmagnetische Kraft das Millimeter als Längeneinheit angenommen ist, so mufs auch R in Millimetern angesetzt werden, wobei es, da ohnehin die

Ellipticität der Erde hier nicht berücksichtigt wird, hinreichend ist, R als Radius eines Kreises zu betrachten, dessen Umfang 40000 Millionen Millimeter beträgt. Hienach wird obiges magnetische Moment durch eine Zahl ausgedrückt, deren Logarithme = 29,93136 oder durch 853800 Quadrillionen. Nach derselben absoluten Einheit wurde das magnetische Moment eines einpfündigen Magnetstabes nach den im Jahre 1832 angestellten Versuchen = 100877000 gefunden (*Intensitas* Art. 21); das magnetische Moment der Erde ist also 8464 Trillionen mal gröfser. Es wären daher 8464 Trillionen solcher Magnetstäbe, mit parallelen magnetischen Axen, erforderlich, um die magnetische Wirkung der Erde im äufsern Raume zu ersetzen, was bei einer gleichförmigen Vertheilung durch den ganzen körperlichen Raum der Erde beinahe acht Stäbe (genauer 7,831) auf jedes Kubikmeter beträgt. So ausgesprochen, behält diefs Resultat seine Bedeutung, auch wenn man die Erde nicht als einen wirklichen Magnet betrachten, sondern den Erdmagnetismus blofsen beharrlichen galvanischen Strömen in der Erde zuschreiben wollte. Betrachten wir aber die Erde als einen wirklichen Magnet, so sind wir genöthigt, *durchschnittlich* wenigstens *) jedem Theile derselben, der ein Achtel Kubikmeter grofs ist, eine eben so starke Magnetisirung beizulegen, als jener Magnetstab enthält, ein Resultat, welches wohl den Physikern unerwartet sein wird.

32.

Die Art der wirklichen Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten in der Erde bleibt nothwendigerweise unbestimmt. In der That kann nach einem allgemeinen Theorem, welches bereits in der *Intensitas* Art. 2 erwähnt ist, und bei einer andern Gelegenheit ausführlich behandelt werden soll, anstatt jeder beliebigen Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten innerhalb eines körperlichen Raumes allemahl substituirt werden eine Vertheilung auf der Oberfläche dieses Raumes, so

---

*) Insofern wir nemlich nicht befugt sind, bei allen magnetisirten Theilen der Erde durchaus parallele magnetische Axen vorauszusetzen. Je mehr an solchem Parallelismus fehlt, desto stärker mufs die durchschnittliche Magnetisirung der Theile sein, um dasselbe magnetische Totalmoment hervorzubringen.

dafs die Wirkung in jedem Punkte des äufsern Raumes genau dieselbe bleibt, woraus man leicht schliefst, dafs *einerlei* Wirkung im ganzen äufsern Raume aus unendlich vielen *verschiedenen* Vertheilungen der magnetischen Flüssigkeiten im Innern abzuleiten ist.

Dagegen können wir diejenige fingirte Vertheilung auf der Oberfläche der Erde, welche der wirklichen im Innern, in Beziehung auf die daraus nach Aufsen entstehenden Kräfte, vollkommen äquivalirt, angeben, und sogar, wegen der Kugelgestalt der Erde, auf eine höchst einfache Art. Es wird nemlich die Dichtigkeit des magnetischen Fluidums in jedem Punkte der Erdoberfläche, d. i. das Quantum des Fluidums, welches der Flächeneinheit entspricht, durch die Formel

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{V}{R} - 2Z\right)$$

ausgedrückt, oder durch

$$-\frac{1}{4\pi}\left(3P' + 5P'' + 7P''' + 9P^{\text{IV}} \text{ u. s. w.}\right)$$

Der Werth dieser Formel wird demnächst durch eine graphische Darstellung versinnlicht werden; hier mag nur bemerkt werden, dafs er negativ an der nordlichen, positiv an der südlichen Hälfte der Erde ist, so jedoch, dafs die Scheidungslinie den Äquator zweimahl schneidet, (in 6° und 186° Länge) und sich auf beiden Seiten bis zu etwa 15° nordlicher und südlicher Breite von demselben entfernt; ferner dafs auf der nordlichen Hälfte *zwei* Minima Statt finden, auf der südlichen hingegen nur ein Maximum. Nach einer flüchtigen Rechnung finden sich diese Minima und das Maximum

— 209,1 in 55° N. Breite 263° Länge
— 200,0 in 71° N. Breite 116° Länge
+ 277,7 in 70° S. Breite 154° Länge

Bei den Werthen selbst liegt die Einheit unsrer Elemente zum Grunde, und sie müssen daher noch mit 0,0034941 multiplicirt werden, wenn sie in absolutem Maafs ausgedrückt werden sollen.

33.

Unsere Elemente sollen, wie schon oben bevorwortet ist, für nichts weiter gelten, als für eine erste Annäherung, und als solche stimmen sie nach Art. 29 mit den Beobachtungen

befriedigend genug überein. Es leidet keinen Zweifel, dafs eine Verbesserungsrechnung nach diesen Beobachtungen eine viel gröfsere Übereinstimmung verschaffen würde, und eine solche Rechnung würde an sich weiter keine Schwierigkeit haben als ihre Länge, die immer noch abschreckend grofs bleibt, auch wenn man zur Abkürzung ähnliche Kunstgriffe anwenden wollte, wie von den Astronomen bei Verbesserung der Elemente der Planeten- und Kometenbahnen benutzt werden. Obgleich indessen diese Schwierigkeit leicht überwindlich sein würde, wenn die Arbeit unter eine Anzahl von Rechnern vertheilt werden könnte, so möchte es doch nicht gerathen sein, eine solche Verbesserung schon jetzt vorzunehmen, wo die Data von so vielen Plätzen, deren Mitbenutzung wesentlich sein würde, noch so geringe Zuverlässigkeit haben. Es wird am besten sein, vorerst die Vergleichung der Elemente mit Beobachtungen weiter fortzusetzen, wodurch man das Mittel finden wird, den allgemeinen Karten eine viel gröfsere Zuverlässigkeit zu geben, als bei dem bisher ausschliefslich empirischen Verfahren möglich war. Es sei uns aber erlaubt, einige Blicke auf die künftigen Fortschritte der Theorie zu werfen, deren völlige Realisirung freilich noch sehr entfernt sein mag.

34.

Zu einer befriedigenden Ausfeilung und Vervollständigung der Elemente müssen an die Beobachtungsdata viel höhere Forderungen gemacht werden, als bisher erfüllt sind. Jene sollten an allen zu benutzenden Punkten eine Schärfe haben, die bisjetzt nur an äufserst wenigen erreicht ist; sie sollten von den unregelmäfsigen Bewegungen gereinigt sein; sie sollten für Einerlei Zeitpunkt gelten. Es wird noch lange dauern, bis solchen Forderungen genügt werden kann: was aber zunächst am meisten Noth thut, ist die Herbeischaffung von *vollständigen* (d. i. alle drei Elemente umfassenden) Beobachtungen an einem oder dem andern Punkte innerhalb derjenigen grofsen Flächenräume, wo dergleichen bisher noch ganz fehlen; denn in der That hat ein neu hinzukommender Punkt allemahl für die allgemeine Theorie desto gröfsere Wichtigkeit, je weiter er von den andern schon zu unserm Besitz gehörenden entfernt liegt.

Nach einer hinlänglichen Zwischenzeit wird man für einen zweiten Zeitpunkt die Elemente von neuem bestimmen, und so ihre Säcularänderungen erhalten. Aber offenbar wird dazu unumgänglich nöthig sein, das bisherige Maafs der Intensitäten ganz fahren zu lassen, und ein absolutes an dessen Stelle zu setzen.

Im Laufe künftiger Jahrhunderte werden auch diese Änderungen nicht mehr als gleichförmig erscheinen, und die Erforschung des Ganges, in dem die Elemente fortschreiten, wird den Naturforschern unerschöpflichen Stoff zu Untersuchungen darbieten.

35.

Aber auch Aufschlüsse über interessante Punkte der Theorie wird die Folgezeit bringen.

In unsrer Theorie ist angenommen, dafs in jedem mefsbaren magnetisirten Theile des Erdkörpers genau eben so viel positives wie negatives Fluidum enthalten sei. Hätten die magnetischen Flüssigkeiten gar keine Realität sondern wären sie nur ein fingirtes Substitut für galvanische Ströme in den kleinsten Theilen der Erde, so ist jene Gleichheit schon von selbst an die Befugnifs zu dieser Substitution geknüpft: legt man hingegen den magnetischen Flüssigkeiten wirkliche Realität bei, so könnte man ohne Ungereimtheit die vollkommene Gleichheit der Quantitäten beider Flüssigkeiten in Zweifel ziehen. In Beziehung auf einzelne magnetische Körper (natürliche oder künstliche Magnete) liefse sich die Frage, ob in ihnen ein merklicher Überschufs der einen oder der andern Flüssigkeit enthalten sei, oder nicht, leicht durch sehr scharfe Versuche entscheiden, da im erstern Falle ein mit einem solchen Körper belasteter Lothfaden eine Abweichung von der verticalen Lage zeigen müfste (und zwar in der Richtung des magnetischen Meridians). Wenn dergleichen Versuche, mit vielen künstlichen Magneten in einem von Eisen hinlänglich entfernten Locale angestellt, niemals die geringste Abweichung zeigen sollten, (wie wohl zu vermuthen steht), so würde allerdings jene Gleichheit auch für die ganze Erde mit gröfster Wahrscheinlichkeit anzunehmen sein, immer aber doch die Möglichkeit einiger Ungleichheit noch nicht ganz ausgeschlossen.

In unsrer Theorie würde durch das Vorhandensein einer

solchen Ungleichheit weiter kein Unterschied entstehen, als dafs P^0 (Art. 17.) nicht mehr $= 0$ sein würde. Die Folge davon würde sein, dafs im ganzen unendlichen äufsern Raume dem Ausdrucke für Z noch das Glied $\frac{RRP^0}{rr}$, und also auf der Oberfläche der Erde das (constante) Glied P^0 beigefügt werden müfste, während X und Y gar nicht dadurch geändert werden. Wenn die Zukunft einen viel umfassendern Reichthum an scharfen Beobachtungen geliefert haben wird, als jetzt zu Gebote steht, wird sich allerdings ausmitteln lassen, ob ihre genaue Darstellung einen nicht verschwindenden Werth für P^0 erfordert oder nicht. Bei gegenwärtiger Beschaffenheit der Daten würde aber ein solches Unternehmen noch gar keinen Erfolg haben können.

36.

Ein anderer Theil unserer Theorie, über welchen ein Zweifel Statt finden kann, ist die Voraussetzung, dafs die Agentien der erdmagnetischen Kraft ihren Sitz ausschliefslich im Innern der Erde haben.

Sollten die unmittelbaren Ursachen ganz oder zum Theil aufserhalb gesucht werden, so können wir, insofern wir bodenlose Phantasien ausschliefsen und uns nur an wissenschaftlich bekanntes halten wollen, nur an galvanische Ströme denken. Die atmosphärische Luft ist kein Leiter solcher Ströme, der leere Raum auch nicht: unsre Kenntnisse verlassen uns also, wenn wir einen Träger für galvanische Ströme in den obern Regionen suchen. Allein die räthselhaften Erscheinungen des Nordlichts, bei welchem allem Anscheine nach Elektricität in Bewegung eine Hauptrolle spielt, verbieten uns, die Möglichkeit solcher Ströme blofs jener Unwissenheit wegen geradezu zu läugnen, und es bleibt jedenfalls interessant, zu untersuchen, wie die aus denselben hervorgehende magnetische Wirkung auf der Erdoberfläche sich gestalten würde.

37.

Nehmen wir also an, dafs in einem die Erde gewölbartig oder schalenförmig einschliefsenden Raume S beharrliche galvanische Ströme Statt finden, und bezeichnen den ganzen von S eingeschlossenen Raum mit S', den ganzen äufsern S und S'

einschliefsenden Raum mit S''. Wie nun auch jene galvanische Ströme configurirt sein mögen, so läfst sich allemahl anstatt derselben eine fingirte Vertheilung von magnetischen Flüssigkeiten und zwar innerhalb des Raumes S substituiren, durch welche in dem ganzen übrigen Raume S' und S'' genau dieselbe magnetische Wirkung ausgeübt wird, wie durch jene Ströme. Dieser wichtige schon im 3. Artikel erwähnte Satz gründet sich darauf, dafs erstlich jene Ströme sich in eine unendliche Anzahl elementarer Ströme (d. i. solcher, die als linear betrachtet werden dürfen) zerlegen lassen; zweitens auf das bekannte, meines Wissens zuerst von Ampère nachgewiesene Theorem, dafs an die Stelle eines jeden linearen eine beliebige Fläche begrenzenden Stromes eine Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten an beiden Seiten dieser Fläche in unmefsbar kleinen Distanzen von derselben mit vorgedachter Wirkung substituirt werden kann; drittens auf die evidente Möglichkeit, für jede innerhalb S liegende geschlossene Linie eine von ihr begrenzte Fläche anzugeben, die gleichfalls ganz innerhalb S liegt.

Bezeichnet man nun mit $-v$ das Aggregat aller Quotienten, die entstehen, wenn sämmtliche Elemente jenes fingirten magnetischen Fluidums mit der Entfernung von einem unbestimmten Punkte O in S' oder S'' dividirt werden, wobei, wie sich von selbst versteht, die Elemente des südlichen Fluidums als negativ betrachtet werden müssen, so drücken die partiellen Differentialquotienten von v (ganz eben so wie in unsrer obigen Theorie die von V) die Componenten der in O durch die galvanischen Ströme hervorgebrachten magnetischen Kraft aus.

38.

Obgleich die ausführliche Entwickelung der Theorie, aus welcher der im vorhergehenden Artikel gebrauchte Satz entlehnt ist, einer andern Gelegenheit vorbehalten bleiben mufs, so verdient doch ein wichtiger dieselbe betreffender Punkt hier noch erwähnt zu werden. Wenn zwei *verschiedene* Flächen F, F' construirt werden, deren jede denselben linearischen Strom G zur Begrenzung hat, und hier der Kürze wegen nur der einfachste Fall in Betrachtung gezogen wird, wo jene Flächen aufser der gemeinschaftlichen Begrenzungslinie keinen

Punkt weiter gemein haben, so schliefsen dieselben einen körperlichen Raum ein. Liegt nun O aufserhalb dieses Raumes, so erhält man für denjenigen Bestandtheil von σ, welcher sich auf G bezieht, *einerlei* Werth, man möge die magnetischen Fluida an F oder an F' vertheilen, und zwar ist derselbe äqual dem Produkte aus der Intensität des galvanischen Stromes G (mit schicklicher Einheit gemessen) in den körperlichen Winkel, dessen Spitze in O, und der von den aus O nach den Punkten von G gezogenen geraden Linien eingeschlossen ist, oder was dasselbe ist, in denjenigen Theil der mit dem Halbmesser 1 um O beschriebenen Kugelfläche, der die gemeinschaftliche Projection sowohl von F als von F' ist. Liegt hingegen O innerhalb des von F und F' eingeschlossenen Raumes, so sind zwar die beiden Werthe des in Rede stehenden Theils von σ, je nachdem man die magnetischen Flüssigkeiten an F oder an F' austheilt, ungleich, weil ihnen verschiedene Theile der erwähnten Kugelfläche entsprechen, und zwar solche, die einander zur ganzen Kugelfläche ergänzen. Allein es müssen dann, weil die Richtung des galvanischen Stroms gegen F und gegen F' entgegengesetzte Lage hat, der Intensität des Stromes, bei der Multiplication in die Kugelflächenstücke, in den beiden Fällen entgegengesetzte Zeichen beigelegt werden. Die Folge davon ist, dafs die algebraische Differenz zwischen beiden Werthen des fraglichen Theils von σ äqual wird dem Producte aus der Intensität des Stromes in die ganze Kugelfläche, oder in 4π.

Man schliefst hieraus leicht, dafs, wenn O in S'' liegt, der Werth von σ von der Wahl der Verbindungsflächen ganz unabhängig bleibt, dafs hingegen, wenn O in S' sich befindet, zwar der absolute Werth von σ von dieser Wahl abhängt, nicht aber die Differentiale von σ.

Übrigens bedarf das hier berührte höchst fruchtbare Theorem, wonach in Beziehung auf die magnetische Wirkung eines linearen galvanischen Stromes das Product der Intensität desselben in das Stück der Kugelfläche, welches durch die Projection der Stromlinie, von O aus, begrenzt wird, dieselbe Bedeutung hat, wie in Beziehung auf Anziehungs- oder Abstofsungskräfte die durch den Abstand von O dividirten Massentheile, in seiner Allgemeinheit noch mehrerer nähern Er-

läuterungen, die auf eine ausführliche Behandlung des Gegenstandes verspart werden müssen.

39.

Der Werth von v, welcher im Allgemeinen eine Function von r, u und λ ist, geht auf der Oberfläche der Erde in eine Function von u und λ allein über, und

$$-\frac{dv}{Rdu}, \quad -\frac{dv}{R\sin u\, d\lambda}$$

sind die horizontalen Componenten der aus den galvanischen Strömen daselbst hervorgehenden magnetischen Kraft, beziehungsweise nach Norden und Westen gerichtet. Es ist also offenbar, dafs die merkwürdigen oben Art. 15 und 16 angeführten Sätze hier gleichfalls gelten. Allein mit der dritten Componente, der verticalen magnetischen Kraft, wird es, wenn die Agentien ihren Sitz oberhalb haben, eine etwas andere Bewandtnifs haben, als wenn sie im Innern sich befinden. Um die aus jenen entspringende verticale Kraft zu ermitteln, mufs zuerst v als Function von r, u und λ zugleich betrachtet, nach r differentiirt, und sodann $r = R$ substituirt werden. Allein für den innern Raum S', welchem die Erdoberfläche angehört, kann v nur in eine Reihe nach steigenden Potenzen von r entwickelt werden. Setzen wir

$$\frac{v}{R} = p^0 + \frac{r}{R}\cdot p' + \frac{rr}{RR}\cdot p'' + \frac{r^3}{R^3}\cdot p''' + \text{u. s. w.}$$

so ist p^0 eine constante Gröfse, nemlich der Werth von $\frac{v}{R}$ im Mittelpunkte der Erde; p', p'', p''' u. s. w. hingegen sind Functionen von u und λ, die denselben partiellen Differentialgleichungen wie oben P', P'', P''' u. s. w. Genüge leisten. Hieraus folgt, auf ähnliche Art wie oben Art. 20, dafs die Kenntnifs des Werths von v in jedem Punkt der Erdoberfläche hinreicht, um den allgemeinen für den ganzen Raum S' gültigen Ausdruck daraus abzuleiten; dafs man zur Kenntnifs jenes Werths mit Ausnahme eines constanten Theils, oder was dasselbe ist, zur Kenntnifs der Coefficienten p', p'', p''' u. s. w. schon durch die Kenntnifs der horizontalen Kräfte auf der Erdoberfläche gelangen kann; dafs aber der Werth der verticalen Kraft auf derselben nicht

$$= 2p' + 3p'' + 4p''' + \text{u. s. w.}$$

ist (wie er sein würde, wenn die Kräfte vom Innern der Erde aus bewirkt werden), sondern

$$= -p' - 2p'' - 3p''' - \text{u. s. w.}$$

Da nun unsere numerischen Elemente (Art. 26.), unter Voraussetzung der erstern Formel bestimmt, eine schon sehr befriedigende Darstellung der Gesammtheit der Erscheinungen geben, während diese mit der zweiten Formel ganz und gar unverträglich sein würden, so ist die Unstatthaftigkeit der Hypothese, die die Ursachen des Erdmagnetismus in den Raum aufserhalb der Erde stellt, als erwiesen anzusehen.

40.

Indefs darf hiermit die Möglichkeit, dafs ein *Theil* der erdmagnetischen Kraft, wenn auch nur ein vergleichungsweise sehr geringer, von oben her erzeugt werde, noch nicht als entschieden widerlegt betrachtet werden. Eine viel vollständigere und viel schärfere Kenntnifs der Erscheinungen wird in Zukunft über diesen wichtigen Punkt der Theorie Belehrung geben. Wenn in der Voraussetzung gemischter Ursachen die Zeichen V, P^0, P', P'' u. s. w., v, p^0, p', p'' in derselben Bedeutung wie oben verstanden werden, so dafs die erstern sich auf die aus dem Innern her, die letztern auf die von dem äufsern Raume aus wirkenden Ursachen beziehen; wenn ferner $V + v = W$, $P^0 + p^0 = \Pi^0$, $P' + p' = \Pi'$, $P'' + p'' = \Pi''$ u. s. w. gesetzt wird, so wird auf der Oberfläche der Erde

$$\frac{W}{R} = \Pi^0 + \Pi' + \Pi'' \text{ u. s. w.}$$

sein, wo $\Pi^{(n)}$ derselben partiellen Differentialgleichung Genüge leistet, wie $P^{(n)}$ (Art. 18.), und die beiden Componenten der daselbst Statt findenden horizontalen magnetischen Kraft werden durch

$$-\frac{\mathrm{d}W}{R\,\mathrm{d}u}, \quad -\frac{\mathrm{d}W}{R\sin u\,\mathrm{d}\lambda}$$

ausgedrückt werden. Es behalten also auch hier die Art. 15 und 16 angeführten Sätze ihre Gültigkeit, und man kann aus der blofsen Kenntnifs der horizontalen Kräfte die Gröfsen Π', Π'', Π''' u. s. w. bestimmen, aber daraus allein über das Vorhandensein gemischter Ursachen gar nichts schliefsen. Wird aber die verticale Kraft für sich betrachtet, und in die Form

$$Q^0 + Q' + Q'' + Q''' + \text{u. s. w.}$$

gebracht, so dafs $Q^{(n)}$ der vorerwähnten partiellen Differentialgleichung Genüge leistet, so wird

$$Q^0 = P^0$$
$$Q' = 2P' - p'$$
$$Q'' = 3P'' - 2p''$$
$$Q''' = 4P''' - 3p'''$$

u. s. w. sein, und folglich

$$3P' = \Pi' + Q', \quad 3p' = 2\Pi' - Q'$$
$$5P'' = \Pi'' + Q'', \quad 5p'' = 3\Pi'' - Q''$$
$$7P''' = \Pi''' + Q''', \quad 7p''' = 4\Pi''' - Q'''$$

u. s. w.

Man erhält also durch die Combination der horizontalen Kräfte mit der verticalen das Mittel, W in seine Bestandtheile V und v zu scheiden, und also zu erkennen, ob letzterm ein merklicher Werth beigelegt werden mufs. Blofs den constanten Theil von v, nemlich p^0, lassen die Beobachtungen völlig unbestimmt, wovon der Grund aus dem 38. Art. von selbst klar ist.

Es erscheint daher, auch von diesem interessanten Gesichtspunkte aus, als wichtig, dafs die horizontale magnetische Kraft für sich betrachtet werde, und wir sehen darin einen Grund mehr für die oben (Art. 21.) empfohlenen Rücksichten.

41.

Zu der im vorhergehenden Artikel angedeuteten Untersuchung wird es wahrscheinlich noch lange an zureichenden Daten fehlen. Es verdient aber bemerkt zu werden, dafs die Variationen der magnetischen Kraft, wie sie sich gleichzeitig in den verschiedenen Punkten der Erdoberfläche manifestiren, eine ganz ähnliche Behandlung vertragen, wozu vielleicht schon weit früher nothdürftige Data zusammengebracht werden können: diefs gilt sowohl von den regelmäfsigen nach Tages- und Jahreszeit wechselnden Änderungen, als von den unregelmäfsigen. Einigen allgemeinen Andeutungen, diese künftigen Untersuchungen betreffend, darf hier wohl noch ein Platz vergönnt sein.

Nachdem man die beobachteten gleichzeitigen Änderungen für jeden Ort in die Form von Änderungen der Componenten der magnetischen Kraft, ΔX, ΔY, ΔZ, gebracht hat, wird

man zuvörderst zu untersuchen haben, ob die Änderungen der beiden horizontalen Componenten sich unserer Theorie gemäfs verhalten, wonach $-\Delta X$ und $-\sin u \,.\, \Delta Y$ die Werthe der partiellen Differentialquotienten einer Function von u und λ nach diesen Veränderlichen sein müssen. Im bejahenden Fall wird man schliefsen, dafs die Ursachen entweder wirkliche galvanische Ströme sind, oder doch wenigstens auf gleiche Art wie diese, oder wie geschiedene magnetische Flüssigkeiten wirken. Im entgegengesetzten Falle würde erwiesen sein, dafs die Ursachen keine galvanischen Ströme sein können. Man sieht, dafs schon die Kenntnifs solcher Veränderungen der horizontalen Kraft allein (in hinlänglicher Schärfe, Menge und Verbreitung) höchst wichtige Aufschlüsse geben kann. Ist man aber aufserdem noch im Besitz der gleichzeitigen Änderungen der verticalen Kraft, so wird, *unter Voraussetzung jenes erstern Falles*, die Methode des vorhergehenden Artikels Auskunft darüber geben, ob die Ursachen oberhalb oder unterhalb der Erdoberfläche ihre Sitze haben; ja es wird dann, in so fern diese Sitze doch wahrscheinlich in einer vergleichungsweise gegen den ganzen Erdkörper wenig dicken Schicht enthalten sind, auch die Art ihrer Verbreitung wenigstens näherungsweise bestimmbar sein.

Was dagegen den zweiten, oben als möglich erwähnten Fall betrifft, so glaube ich zwar, denselben in Beziehung auf die regelmäfsigen von Tages- und Jahreszeit abhängenden Änderungen der erdmagnetischen Kraft für wenig wahrscheinlich halten zu dürfen, allein in Beziehung auf die unregelmäfsigen in kurzen Zeitfristen wechselnden Änderungen würde ich zur Zeit kaum wagen, in dieser Hinsicht eine Vermuthung auszusprechen. Sollten dieselben ihre Quelle in grofsen Elektricitätsbewegungen oberhalb der Atmosphäre haben, so würden diese schwerlich in die Kategorie galvanischer Ströme zu setzen sein. Denn wenn gleich alles dafür spricht, galvanischen Strom für Elektricität in Bewegung zu halten, so ist doch nicht jede Bewegung der Elektricität galvanischer Strom, sondern nur dann, wenn die Bewegung einen in sich selbst zurückkehrenden Kreislauf bildet. Da nun blofs unter dieser Bedingung die mehrmals erwähnte Substitution geschiedener magnetischer Flüssigkeiten anstatt des galvanischen Stromes

verstattet ist, so würden in der erwähnten Hypothese unsre Relationen zwischen den Componenten nicht mehr zutreffen, d. i., der zweite Fall würde wirklich eintreten. Allein theils würde schon eine zur Gewifsheit gebrachte Constatirung dieses wichtigen Umstandes an sich von grofsem Interesse sein, theils würde es auch dann bei hinlänglich ausgebreiteten und zuverlässigen Beobachtungen nicht aufser unserm Bereich liegen, den Sitzen und dem Verhalten solcher Bewegungen auf die Spur zu kommen.

G.

Tafel 1.

φ	X a°	Z c°
+ 90°	+ 0,0	+ 1652,9
89	10,3	1652,8
88	20,5	1652,7
87	30,8	1652.4
86	41,2	1652,1
85	51,6	1651,7
84	62,1	1651,1
83	72,8	1650,5
82	83,5	1649,7
81	94,3	1648,8
80	105,3	1647,7
79	116,5	1646,4
78	127,8	1645,0
77	139,3	1643,3
76	151,0	1641,4
75	162,9	1639,3
74	175,0	1637,0
73	187,4	1634,3
72	199,9	1631,3
71	212,6	1628,0
70	225,6	1624.4
69	238,9	1620,3
68	252,3	1615,9
67	266,0	1611,0
66	279.9	1605,7
65	294,0	1600,0
64	308,3	1593,7
63	322,8	1586,9
62	337,6	1579,6
61	352,5	1571,7
60	367,6	1563,2
59	382,9	1554,1
58	398,3	1544,4
57	413,9	1534,0
56	429,6	1523,0
55	445,4	1511,2
54	461,3	1498,9
53	477,2	1485,8
52	493,3	1471,9
51	509,3	1457,4
50	525,4	1442,1
49	541,4	1426,0
48	557,4	1409,2
47	573,4	1391,6
46	589,2	1373,2
45	605,0	1354,1

Tafel 1.

φ	X a°	Z c°
+ 45°	+ 605,0	+ 1354,1
44	620,7	1334,2
43	636,2	1313,6
42	651,5	1292,1
41	666,6	1270,0
40	681,5	1247,1
39	696,2	1223,5
38	710,6	1199,2
37	724,7	1174,1
36	738,5	1148,4
35	752,0	1122,0
34	765,2	1094,9
33	777,9	1067,2
32	790,3	1038,9
31	802,3	1009,9
30	813,9	980,5
29	825,0	950,4
28	835,7	919,9
27	845,9	888,9
26	855,7	857,4
25	864,9	825,5
24	873,7	793,2
23	882,0	760,5
22	889,8	727,5
21	897,0	694,1
20	903,8	660,5
19	910,0	626,7
18	915,8	592,6
17	921,0	558,4
16	925,7	523,9
15	929,8	489,4
14	933,5	454,8
13	936,7	420,1
12	939,4	385,4
11	941,6	350,7
10	943,3	316,0
9	944,6	281,3
8	945,4	246,7
7	945,7	212,3
6	945,7	177,9
5	945,2	143,7
4	944,3	109,6
3	943,0	75,8
2	941,4	42,1
+ 1	939,4	+ 8,6
0	937,1	— 24,6

Tafel 1.

φ	X $a°$	Z $c°$
0°	+ 937,1	— 24,6
— 1	934,5	57,6
2	931,5	90,3
3	928,3	122,8
4	924,8	154,9
5	921,0	186,9
6	917,0	218,5
7	912,8	249,8
8	908,4	280,8
9	903,8	311.6
10	899,1	342,0
11	894,1	372,1
12	889,1	402,0
13	883,9	431,6
14	878,6	460,8
15	873,2	489,8
16	867,7	518,6
17	862,1	547,0
18	856,4	575,3
19	850,7	603,2
20	844,9	631,0
21	839,1	658,5
22	833,2	685,7
23	827,3	712,8
24	821,4	739,7
25	815,4	766,4
26	809,3	792,9
27	803,2	819,3
28	797,1	845,5
29	790,9	871,6
30	784,7	897,5
31	778,5	923,3
32	772,1	949,0
33	765,7	974,6
34	759,3	1000,1
35	752,7	1025,5
36	746,1	1050,9
37	739,3	1076,1
38	732,5	1101,2
39	725,5	1126,3
40	718,4	1151,3
41	711,1	1176,2
42	703,7	1201,0
43	696,0	1225,8
44	688,2	1250,5
45	680,2	1275,1

Tafel 1.

φ	X $a°$	Z $c°$
— 45°	+ 680,2	— 1275,1
46	672,0	1299,5
47	663,5	1323,9
48	654,8	1348,1
49	645,9	1372,3
50	636,7	1396,2
51	627,2	1420,0
52	617,3	1443,7
53	607,2	1467,1
54	596,8	1490,3
55	586,0	1513,2
56	574,9	1536,1
57	563,5	1558,6
58	551,7	1580,8
59	539,6	1602,7
60	527,0	1624,2
61	514,1	1645,4
62	500,9	1666,1
63	487,2	1686,5
64	473,2	1706,4
65	458,8	1725,9
66	444,0	1744,9
67	428,9	1763,3
68	413,3	1781,2
69	397,4	1798,6
70	381,2	1815,3
71	364,6	1831,4
72	347,6	1846,9
73	330,3	1861,6
74	312,7	1875,7
75	294,8	1889,1
76	276,6	1901,7
77	258,1	1913,5
78	239,3	1924,6
79	220,3	1934,8
80	201,0	1944,2
81	181,6	1952,8
82	161,9	1960,5
83	142,1	1967,3
84	122,1	1973,3
85	101,9	1978,3
86	81,7	1982,5
87	61,3	1985,7
88	40,9	1988,0
89	20,5	1989,5
90	0	1989,9

Tafel 2.

φ	X A^I	X $\log a^I$	Y B^I	Y $\log b^I$	Z C^I	Z $\log c^I$
+ 90°	292° 9′	2,07430	22° 9′	2,07430	172° 29′	$-\infty$
89	292. 4	2,07444	22. 7	2,07437	172. 27	0,72139
88	291. 50	2,07488	22. 2	2,07458	172. 20	1,02153
87	291. 26	2,07563	21. 54	2,07493	172. 8	1,19615
86	290. 52	2,07669	21. 43	2,07543	171. 51	1,31904
85	290. 10	2,07811	21. 29	2,07607	171. 30	1,41333
84	289. 19	2,07990	21. 11	2,07686	171. 3	1,48952
83	288. 20	2,08211	20. 51	2,07781	170. 31	1,55192
82	287. 14	2,08477	20. 28	2,07891	169. 54	1,60623
81	286. 0	2,08791	20. 2	2,08017	169. 11	1,65259
80	284. 41	2,09156	19. 33	2,08160	168. 22	1,69305
79	283. 16	2,09573	19. 2	2,08320	167. 28	1,72868
78	281. 46	2,10046	18. 28	2,08498	166. 27	1,76027
77	280. 13	2,10574	17. 52	2,08693	165. 20	1,78844
76	278. 37	2,11157	17. 14	2,08906	164. 6	1,81369
75	276. 59	2,11794	16. 34	2,09138	162. 45	1,83641
74	275. 20	2,12481	15. 52	2,09388	161. 16	1,85697
73	273. 41	2,13215	15. 9	2,09658	159. 41	1,87567
72	272. 3	2,13991	14. 24	2,09945	157. 57	1,89278
71	270. 25	2,14803	13. 37	2,10252	156. 6	1,90856
70	268. 50	2,15646	12. 50	2,10577	154. 6	1,92325
69	267. 17	2,16512	12. 2	2,10920	151. 59	1,93709
68	265. 46	2,17394	11. 13	2,11280	149. 44	1,95028
67	264. 19	2,18288	10. 24	2,11658	147. 21	1,96304
66	262. 56	2,19183	9. 34	2,12052	144. 51	1,97558
65	261. 36	2,20074	8. 44	2,12461	142. 15	1,98809
64	260. 19	2,20954	7. 55	2,12885	139. 33	2,00074
63	259. 7	2,21816	7. 5	2,13322	136. 46	2,01369
62	257. 58	2,22656	6. 15	2,13772	133. 55	2,02708
61	256. 53	2,23468	5. 26	2,14232	131. 2	2,04101
60	255. 52	2,24246	4. 38	2,14703	128. 8	2,05556
59	254. 55	2,24986	3. 50	2,15183	125. 15	2,07077
58	254. 1	2,25686	3. 3	2,15669	122. 22	2,08665
57	253. 11	2,26339	2. 17	2,16162	119. 33	2,10318
56	252. 24	2,26944	1. 32	2,16659	116. 48	2,12032
55	251. 40	2,27497	0. 48	2,17159	114. 8	2,13799
54	250. 59	2,27996	0. 5	2,17661	111. 35	2,15610
53	250. 21	2,28439	359. 23	2,18164	109. 7	2,17456
52	249. 46	2,28822	358. 43	2,18666	106. 47	2,19326
51	249. 13	2,29145	358. 3	2,19166	104. 34	2,21210
50	248. 43	2,29406	357. 25	2,19662	102. 29	2,23098
49	248. 15	2,29603	356. 49	2,20155	100. 32	2,24979
48	247. 49	2,29734	356. 13	2,20641	98. 42	2,26848
47	247. 25	2,29799	355. 39	2,21121	96. 59	2,28692
46	247. 3	2,29796	355. 6	2,21593	95. 24	2,30508
45	246. 43	2,29724	354. 34	2,22057	93. 56	2,32288

96

Tafel 2.

φ	A^I	X $\log a^I$	B^I	Y $\log b^I$	C^I	Z $\log c^I$
+ 45°	246° 43′	2,29724	354° 34′	2,22057	93° 56′	2,32288
44	246. 24	2,29581	354. 4	2,22512	92. 34	2,34027
43	246. 6	2,29367	353. 35	2,22956	91. 18	2,35721
42	245. 49	2,29080	353. 7	2,23389	90. 9	2,37367
41	245. 34	2,28719	352. 40	2,23811	89. 5	2,38961
40	245. 19	2,28282	352. 14	2,24221	88. 6	2,40502
39	245. 5	2,27770	351. 50	2,24618	87. 12	2,41988
38	244. 52	2,27179	351. 26	2,25002	86. 23	2,43417
37	244. 39	2,26510	351. 4	2,25372	85. 39	2,44789
36	244. 25	2,25760	350. 43	2,25728	84. 58	2,46103
35	244. 12	2,24928	350. 22	2,26071	84. 22	2,47360
34	243. 58	2,24012	350. 3	2,26398	83. 48	2,48558
33	243. 44	2,23010	349. 44	2,26711	83. 19	2,49699
32	243. 28	2,21920	349. 27	2,27009	82. 52	2,50782
31	243. 10	2,20742	349. 10	2,27292	82. 28	2,51808
30	242. 51	2,19471	348. 54	2,27560	82. 7	2,52779
29	242. 30	2,18107	348. 38	2,27813	81. 48	2,53693
28	242. 5	2,16647	348. 23	2,28052	81. 32	2,54554
27	241. 37	2,15089	348. 9	2,28275	81. 18	2,55360
26	241. 4	2,13431	347. 55	2,28483	81. 6	2,56113
25	240. 26	2,11671	347. 41	2,28677	80. 55	2,56815
24	239. 41	2,09807	347. 28	2,28856	80. 47	2,57465
23	238. 49	2,07839	347. 15	2,29021	80. 39	2,58066
22	237. 49	2,05768	347 3	2,29171	80. 33	2,58618
21	236. 37	2,03595	346 50	2,29309	80. 29	2,59121
20	235. 13	2,01326	346. 38	2,29433	80. 25	2,59578
19	233. 35	1,98970	346. 26	2,29544	80. 22	2,59991
18	231. 39	1,96540	346. 14	2,29642	80. 20	2,60356
17	229. 23	1,94057	346. 2	2,29728	80. 19	2,60679
16	226. 45	1,91553	345. 49	2,29802	80. 18	2,60959
15	223. 41	1,89072	345. 36	2,29865	80. 17	2,61198
14	220. 9	1,86675	345. 23	2,29917	80. 16	2,61397
13	216. 7	1,84438	345. 10	2,29958	80. 15	2,61556
12	211. 35	1,82457	344. 56	2,29990	80. 15	2,61677
11	206. 34	1,80835	344. 42	2,30014	80. 13	2,61761
10	201. 12	1,79678	344. 27	2,30028	80. 11	2,61809
9	195. 33	1,79064	344. 11	2,30035	80. 9	2,61822
8	189. 50	1,79046	343. 55	2,30035	80. 5	2,61802
7	184. 15	1,79621	343. 37	2,30029	80. 0	2,61750
6	178. 56	1,80737	343. 19	2,30018	79. 54	2,61667
5	174. 3	1,82310	343. 0	2,30002	79. 46	2,61554
4	169. 39	1,84235	342. 40	2,29983	79. 37	2,61414
3	165. 47	1,86409	342. 18	2,29961	79. 25	2,61246
2	162. 26	1,88741	341. 56	2,29938	79. 12	2,61054
1	159. 34	1,91156	341. 32	2,29914	78. 56	2,60839
0	157. 9	1,93596	341. 7	2,29890	78. 37	2,60603

Tafel 2.

φ	X		Y		Z	
	A^I	$\log a^I$	B^I	$\log b^I$	C^I	$\log c^I$
0°	157° 9′	1,93596	341° 7′	2,29890	78° 37′	2,60603
— 1	155. 7	1,96018	340. 40	2,29869	78. 15	2,60347
2	153. 26	1,98393	340. 12	2,29850	77. 50	2,60075
3	152. 3	2,00702	339. 42	2,29836	77. 22	2,59789
4	150. 55	2,02930	339. 11	2,29827	76. 50	2,59491
5	150. 0	2,05070	338. 38	2,29824	76. 14	2,59185
6	149. 16	2,07116	338. 3	2,29830	75. 34	2,58874
7	148. 41	2,09068	337. 27	2,29846	74. 50	2,58562
8	148. 14	2,10923	336. 49	2,29873	74. 1	2,58252
9	147. 54	2,12683	336. 10	2,29912	73. 8	2,57949
10	147. 39	2,14348	335. 29	2,29965	72. 11	2,57658
11	147. 28	2,15919	334. 46	2,30033	71. 8	2,57383
12	147. 22	2,17398	334. 1	2,30118	70. 1	2,57129
13	147. 18	2,18785	333. 15	2,30222	68. 49	2,56902
14	147. 16	2,20083	332. 27	2,30345	67. 32	2,56707
15	147. 16	2,21292	331. 37	2,30489	66. 11	2,56549
16	147. 18	2,22413	330. 47	2,30655	64. 45	2,56435
17	147. 19	2,23446	329. 54	2,30845	63. 15	2,56368
18	147. 22	2,24391	329. 1	2,31059	61. 42	2,56354
19	147. 24	2,25250	328. 6	2,31298	60. 5	2,56397
20	147. 25	2,26022	327. 11	2,31564	58. 26	2,56499
21	147. 26	2,26706	326. 14	2,31856	56. 44	2,56664
22	147. 25	2,27302	325. 16	2,32176	55. 1	2,56893
23	147. 23	2,27809	324. 18	2,32523	53. 17	2,57187
24	147. 19	2,28227	323. 20	2,32899	51. 32	2,57546
25	147. 13	2,28554	322. 21	2,33302	49. 47	2,57966
26	147. 4	2,28790	321. 22	2,33733	48. 3	2,58447
27	146. 52	2,28932	320. 22	2,34191	46. 20	2,58984
28	146. 37	2,28978	319. 23	2,34675	44. 39	2,59572
29	146. 18	2,28928	318. 24	2,35186	43. 0	2,60207
30	145. 55	2,28780	317. 25	2,35722	41. 24	2,60883
31	145. 27	2,28530	316. 27	2,36281	39. 51	2,61593
32	144. 54	2,28177	315. 30	2,36863	38. 21	2,62331
33	144. 15	2,27720	314. 33	2,37467	36. 55	2,63090
34	143. 30	2,27156	313. 37	2,38091	35. 32	2,63864
35	142. 37	2,26483	312. 42	2,38733	34. 13	2,64646
36	141. 36	2,25701	311. 48	2,39392	32. 58	2,65430
37	140. 25	2,24809	310. 56	2,40066	31. 46	2,66210
38	139. 4	2,23808	310. 4	2,40754	30. 38	2,66980
39	137. 30	2,22701	309. 14	2,41454	29. 34	2,67736
40	135. 43	2,21492	308. 25	2,42163	28. 33	2,68471
41	133. 40	2,20190	307. 37	2,42882	27. 36	2,69181
42	131. 20	2,18809	306. 51	2,43606	26. 42	2,69862
43	128. 39	2,17367	306. 6	2,44336	25. 52	2,70510
44	125. 37	2,15891	305. 23	2,45069	25. 4	2,71121
45	122. 10	2,14420	304. 41	2,45804	24. 19	2,71691

Tafel 2.

φ	X		Y		Z	
	A^I	$\log a^I$	B^I	$\log b^I$	C^I	$\log c^I$
— 45°	122° 10′	2,14420	304° 41′	2,45804	24° 19′	2,71691
46	118. 16	2,13005	304. 1	2,46539	23. 37	2,72218
47	113. 56	2,11708	303. 22	2,47272	22. 58	2,72698
48	109. 7	2,10605	302. 44	2,48003	22. 21	2,73129
49	103. 53	2,09781	302. 8	2,48730	21. 47	2,73508
50	98. 16	2,09320	301. 33	2,49451	21. 14	2,73833
51	92. 24	2,09289	301. 0	2,50166	20. 44	2,74100
52	86. 25	2,09739	300. 28	2,50873	20. 16	2,74307
53	80. 27	2,10679	299. 57	2,51571	19. 49	2,74453
54	74. 40	2,12081	299. 28	2,52260	19. 25	2,74534
55	69. 11	2,13887	299. 0	2,52937	19. 1	2,74550
56	64. 5	2,16018	298. 33	2,53603	18. 40	2,74495
57	59. 25	2,18391	298. 7	2,54256	18. 20	2,74370
58	55. 12	2,20923	297. 43	2,54895	18. 1	2,74169
59	51. 25	2,23544	297. 20	2,55521	17. 43	2,73892
60	48. 4	2,26198	296. 57	2,56131	17. 26	2,73535
61	45. 4	2,28840	296. 36	2,56727	17. 11	2,73094
62	42. 26	2,31436	296. 16	2,57306	16. 57	2,72566
63	40. 5	2,33963	295. 57	2,57868	16. 43	2,71948
64	38. 1	2,36405	295. 39	2,58413	16. 31	2,71235
65	36. 10	2,38751	295. 22	2,58941	16. 19	2,70421
66	34. 32	2,40996	295. 5	2,59451	16. 8	2,69503
67	33. 5	2,43134	294. 50	2,59942	15. 58	2,68474
68	31. 47	2,45165	294. 35	2,60415	15. 49	2,67328
69	30. 37	2,47088	294. 22	2,60868	15. 40	2,66056
70	29. 35	2,48904	294. 9	2,61302	15. 32	2,64650
71	28. 40	2,50615	293. 57	2,61716	15. 24	2,63100
72	27. 50	2,52223	293. 45	2,62111	15. 17	2,61393
73	27. 5	2,53729	293. 35	2,62485	15. 11	2,59520
74	26. 25	2,55136	293. 25	2,62839	15. 5	2,57459
75	25. 49	2,56447	293. 16	2,63172	14. 59	2,55193
76	25. 17	2,57662	293. 7	2,63484	14. 54	2,52699
77	24. 48	2,58784	292. 59	2,63776	14. 50	2,49948
78	24. 23	2,59816	292. 52	2,64046	14. 45	2,46904
79	24. 0	2,60758	292. 45	2,64296	14. 42	2,43523
80	23. 40	2,61613	292. 39	2,64524	14. 38	2,39746
81	23. 22	2,62382	292. 34	2,64730	14. 35	2,35498
82	23. 7	2,63067	292. 29	2,64915	14. 32	2,30676
83	22. 53	2,63668	292. 25	2,65079	14. 30	2,25136
84	22. 42	2,64187	292. 21	2,65220	14. 28	2,18665
85	22. 32	2,64624	292. 18	2,65340	14. 26	2,10937
86	22. 25	2,64981	292. 16	2,65439	14. 25	2,01401
87	22. 19	2,65258	292. 14	2,65515	14. 24	1,89028
88	22. 15	2,65456	292. 13	2,65570	14. 23	1,71505
89	22. 12	2,65574	292. 12	2,65603	14. 23	1,41453
90	22. 11	2,65614	292. 11	2,65614	14. 23	$-\infty$

Tafel 3.

φ	X A^{II}	X $\log a^{II}$	Y B^{II}	Y $\log b^{II}$	Z C^{II}	Z $\log c^{II}$
+ 90°	347° 16′	— ∞	77° 16′	— ∞	176° 59′	— ∞
89	347. 15	0,60246	77. 16	0,60263	176. 59	9,17222
88	347. 13	0,90273	77. 15	0,90333	176. 58	9,77385
87	347. 8	1,07753	77. 12	1,07889	176. 56	0,12532
86	347. 2	1,20066	77. 9	1,20311	176. 53	0,37419
85	346. 54	1,29525	77. 5	1,29903	176. 49	0,56672
84	346. 44	1,37159	77. 0	1,37704	176. 45	0,72351
83	346. 32	1,43517	76. 55	1,44260	176. 40	0,83554
82	346. 19	1,48927	76. 48	1,49899	176. 34	0,96937
81	346. 3	1,53601	76. 40	1,54833	176. 27	1,06923
80	345. 45	1,57682	76. 32	1,59206	176. 19	1,15802
79	345. 25	1,61273	76. 22	1,63121	176. 10	1,23779
78	345. 3	1,64451	76. 12	1,66655	176. 1	1,31006
77	344. 39	1,67272	76. 0	1,69865	175. 50	1,37599
76	344. 13	1,69780	75. 48	1,72795	175 39	1,43647
75	343. 43	1,72012	75. 35	1,75483	175. 27	1,49222
74	343. 12	1,73995	75. 20	1,77955	175. 14	1,54381
73	342. 38	1,75753	75. 5	1,80237	175. 0	1,59171
72	342. 1	1,77302	74. 49	1,82347	174. 45	1,63630
71	341. 20	1,78662	74. 31	1,84301	174. 29	1,67772
70	340. 37	1,79844	74. 13	1,86114	174. 12	1,71684
69	339. 51	1,80860	73. 53	1,87798	173. 54	1,75329
68	339. 1	1,81720	73. 32	1,89362	173. 35	1,78747
67	338. 7	1,82433	73. 11	1,90815	173. 14	1,81956
66	337. 9	1,83005	72. 48	1,92165	172. 53	1,84971
65	336. 6	1,83444	72. 24	1,93420	172. 31	1,87806
64	334. 59	1,83756	71. 58	1,94584	172. 7	1,90472
63	333. 48	1,83947	71. 32	1,95663	171. 42	1,92979
62	332. 30	1,84022	71. 4	1,96663	171. 16	1,95338
61	331. 7	1,83986	70. 35	1,97587	170. 48	1,97557
60	329. 38	1,83845	70. 4	1,98440	170. 20	1,99642
59	328. 3	1,83604	69. 33	1,99224	169. 50	2,01601
58	326. 20	1,83270	69. 0	1,99944	169. 18	2,03440
57	324. 29	1,82850	68. 25	2,00602	168. 45	2,05165
56	322. 30	1,82350	67. 49	2,01200	168. 10	2,06780
55	320. 23	1,81779	67. 12	2,01743	167. 34	2,08291
54	318. 6	1,81148	66. 33	2,02232	166. 56	2,09694
53	315. 39	1,80465	65. 52	2,02669	166. 17	2,11015
52	313. 2	1,79747	65. 10	2,03056	165. 35	2,12237
51	310. 14	1,79005	64. 26	2,03396	164. 52	2,13370
50	307. 14	1,78257	63. 41	2,03690	164. 7	2,14417
49	304. 4	1,77522	62. 54	2,03941	163. 20	2,15372
48	300. 42	1,76818	62. 5	2,04151	162. 31	2,16267
47	297. 8	1,76168	61. 14	2,04320	161. 40	2,17076
46	293. 25	1,75593	60. 22	2,04451	160. 47	2,17810
45	289. 31	1,75115	59. 27	2,04545	159. 51	2,18474

Tafel 3.

φ	X A^{II}	X $log\ a^{II}$	Y B^{II}	Y $log\ b^{II}$	Z C^{II}	Z $log\ c^{II}$
+ 45°	289° 31′	1,75115	59° 27′	2,01545	159° 51′	2,18474
44	285. 30	1,74752	58. 31	2,04605	158. 53	2,19069
43	281. 22	1,74521	57. 33	2,04632	157. 53	2,19598
42	277. 9	1,74436	56. 33	2,04627	156. 50	2,20064
41	272. 54	1,74504	55. 30	2,04592	155. 44	2,20468
40	268. 38	1,74726	54. 26	2,04530	154. 36	2,20815
39	264. 24	1,75098	53. 20	2,04441	153. 25	2,21106
38	260. 15	1,75611	52. 12	2,04328	152. 11	2,21343
37	256. 10	1,76251	51. 1	2,04191	150. 55	2,21531
36	252. 13	1,77000	49. 49	2,04034	149. 35	2,21671
35	248. 23	1,77838	48. 34	2,03857	148. 12	2,21766
34	244 43	1,78746	47. 17	2,03662	146. 46	2,21819
33	241. 11	1,79704	45. 28	2,03452	145. 16	2,21834
32	237. 49	1,80692	44. 37	2,03228	143. 44	2,21813
31	234. 36	1,81694	43. 14	2,02991	142. 8	2,21759
30	231. 32	1,82693	41. 49	2,02744	140. 29	2,21677
29	228. 35	1,83676	40. 22	2,02488	138. 47	2,21568
28	225. 47	1,84632	38. 53	2,02226	137. 1	2,21438
27	223. 6	1,85551	37. 22	2,01958	135. 12	2,21287
26	220. 31	1,86425	35. 50	2,01686	133. 20	2,21123
25	218. 2	1,87248	34. 15	2,01413	131. 25	2,20947
24	215. 38	1,88014	32. 39	2,01139	129. 26	2,20762
23	213. 18	1,88721	31. 1	2,00866	127. 25	2,20572
22	211. 3	1,89364	29. 22	2,00595	125. 21	2,20380
21	208. 51	1,89942	27. 41	2,00328	123. 15	2,20189
20	206. 42	1,90455	26. 0	2,00065	121. 6	2,20002
19	204. 35	1,90900	24 17	1,99808	118. 56	2,19821
18	202. 30	1,91277	22. 33	1,99557	116. 43	2,19649
17	200. 26	1,91588	20. 48	1,99313	114. 29	2,19487
16	198. 23	1,91832	19. 3	1,99077	112. 14	2,19337
15	196. 21	1,92011	17. 17	1,98848	109. 58	2,19199
14	194. 18	1,92126	15. 31	1,98626	107. 41	2,19075
13	192. 15	1,92179	13. 44	1,98413	105. 23	2,18963
12	190. 12	1,92170	11. 57	1,98207	103. 6	2,18864
11	188. 7	1,92104	10. 11	1,98007	100. 49	2,18776
10	186. 1	1,91982	8. 24	1,97815	98. 33	2,18699
9	183. 53	1,91806	6. 38	1,97629	96. 17	2,18630
8	181. 43	1,91581	4. 52	1,97446	94. 2	2,18568
7	179. 31	1,91309	3. 7	1,97268	91. 48	2,18510
6	177. 16	1,90995	1. 22	1,97092	89. 36	2,18454
5	174. 59	1,90641	359. 37	1,96919	87. 25	2,18397
4	172. 38	1,90253	357. 54	1,96746	85. 16	2,18336
3	170. 15	1,89835	356. 11	1,96573	83. 8	2,18269
2	167. 48	1,89392	354. 29	1,96397	81. 3	2,18191
1	165. 17	1,88929	352. 48	1,96218	78. 59	2,18103
0	162. 43	1,88452	351. 8	1,96035	76. 57	2,17998

Tafel 3.

φ	X		Y		Z	
	A^{II}	$\log a^{II}$	B^{II}	$\log b^{II}$	C^{II}	$\log c^{II}$
0°	162° 43′	1,88452	351° 8′	1,96035	76° 57′	2,17998
— 1	160. 6	1,87966	349. 29	1,93846	74. 56	2,17876
2	157. 25	1,87476	347. 50	1,95649	72. 58	2,17733
3	154. 41	1,86989	346. 13	1,95444	71. 1	2,17566
4	151. 54	1,86509	344. 36	1,95228	69. 6	2,17374
5	149. 4	1,86042	343. 1	1,95002	67. 12	2,17154
6	146. 11	1,85592	341. 26	1,94764	65. 20	2,16905
7	143. 17	1,85164	339. 53	1,94512	63. 29	2,16623
8	140. 20	1,84762	338. 20	1,94246	61. 39	2,16309
9	137. 22	1,84388	336. 47	1,93964	59. 50	2,15959
10	134. 23	1,84045	335. 16	1,93667	58. 2	2,15573
11	131. 23	1,83733	333. 45	1,93352	56. 15	2,15150
12	128. 24	1,83452	332. 14	1,93020	54. 29	2,14689
13	125. 25	1,83203	330. 45	1,92669	52. 43	2,14188
14	122. 27	1,82983	329. 15	1,92299	50. 57	2,13648
15	119. 31	1,82790	327. 47	1,91910	49. 12	2,13067
16	116. 36	1,82621	326. 18	1,91501	47. 26	2,12446
17	113. 44	1,82470	324. 50	1,91071	45. 41	2,11785
18	110. 54	1,82335	323. 22	1,90621	43. 55	2,11083
19	108. 7	1,82211	321. 54	1,90150	42. 9	2,10341
20	105. 23	1,82091	320. 26	1,89658	40. 22	2,09559
21	102. 43	1,81971	318. 58	1,89145	38. 34	2,08737
22	100. 5	1,81846	317. 30	1,88612	36. 45	2,07878
23	97. 30	1,81710	316. 2	1,88057	34. 56	2,06981
24	94. 59	1,81560	314. 34	1,87483	33. 5	2,06047
25	92. 31	1,81388	313. 5	1,86887	31. 13	2,05078
26	90. 5	1,81193	311. 37	1,86272	29. 20	2,04076
27	87. 43	1,80968	310. 8	1,85637	27. 26	2,03041
28	85. 23	1,80711	308. 38	1,84983	25. 29	2,01975
29	83. 5	1,80419	307. 8	1,84311	23. 32	2,00881
30	80. 50	1,80087	305. 38	1,83621	21. 33	1,99760
31	78. 36	1,79714	304. 7	1,82913	19. 32	1,98614
32	76. 25	1,79296	302. 35	1,82188	17. 30	1,97445
33	74. 14	1,78831	301. 3	1,81447	15. 26	1,96255
34	72. 5	1,78323	299. 31	1,80690	13. 20	1,95047
35	69. 57	1,77765	297. 58	1,79919	11. 14	1,93821
36	67. 49	1,77157	296. 25	1,79134	9. 6	1,92581
37	65. 42	1,76499	294. 51	1,78335	6. 57	1,91327
38	63. 35	1,75791	293. 16	1,77524	4. 47	1,90061
39	61. 27	1,75034	291. 41	1,76701	2. 37	1,88785
40	59. 19	1,74228	290. 6	1,75866	0. 26	1,87498
41	57. 10	1,73373	288. 31	1,75020	358. 14	1,86202
42	55. 0	1,72472	286. 55	1,74163	356. 3	1,84896
43	52. 49	1,71526	285. 19	1,73297	353. 52	1,83580
44	50. 37	1,70537	283. 43	1,72420	351. 42	1,82252
45	48. 23	1,69506	282. 7	1,71533	349. 33	1,80912

Tafel 3.

φ	A^{II}	X $log\ a^{II}$	B^{II}	Y $log\ b^{II}$	C^{II}	Z $log\ c^{II}$
— 45°	48° 23′	1,69506	282° 7′	1,71533	349° 33′	1,80912
46	46. 7	1,68438	280. 31	1,70636	347. 25	1,79558
47	43. 49	1,67335	278. 56	1,69729	345. 18	1,78186
48	41. 29	1,66199	277. 21	1,68810	343. 13	1,76793
49	39. 7	1,65036	275. 47	1,67880	341. 10	1,75376
50	36. 42	1,63848	274. 13	1,66937	339. 10	1,73931
51	34. 16	1,62640	272. 40	1,65981	337. 12	1,72452
52	31. 47	1,61415	271. 8	1,65009	335. 17	1,70935
53	29. 17	1,60177	269. 37	1,64021	333. 25	1,69375
54	26. 45	1,58929	268. 7	1,63013	331. 35	1,67764
55	24. 11	1,57675	266. 39	1,61985	329. 50	1,66098
56	21. 37	1,56417	265. 12	1,60933	328. 7	1,64368
57	19. 2	1,55158	263. 47	1,59855	326. 28	1,62568
58	16. 26	1,53898	262. 23	1,58747	324. 52	1,60691
59	13. 51	1,52638	261. 2	1,57607	323. 21	1,58728
60	11. 17	1,51376	259. 42	1,56430	321. 52	1,56672
61	8. 44	1,50111	258. 25	1,55212	320. 27	1,54513
62	6. 13	1,48839	257. 9	1,53949	319. 6	1,52242
63	3. 45	1,47556	255. 56	1,52635	317. 48	1,49850
64	1. 20	1,46254	254. 46	1,51265	316. 34	1,47326
65	358. 58	1,44928	253. 37	1,49834	315. 24	1,44658
66	356. 40	1,43567	252. 31	1,48335	314. 17	1,41834
67	354. 27	1,42163	251. 28	1,46760	313. 13	1,38840
68	352. 19	1,40704	250. 27	1,45101	312. 12	1,35661
69	350. 15	1,39176	249. 29	1,43351	311. 15	1,32281
70	348. 18	1,37567	248. 34	1,41498	310. 21	1,28680
71	346. 25	1,35860	247. 41	1,39531	309. 30	1,24837
72	344. 39	1,34039	246. 51	1,37437	308. 42	1,20727
73	342. 59	1,32084	246. 3	1,35202	307. 57	1,16322
74	341. 25	1,29975	245. 18	1,32808	307. 16	1,11588
75	339. 56	1,27687	244. 36	1,30235	306. 37	1,06485
76	338. 34	1,25192	243. 57	1,27458	306. 0	1,00966
77	337. 18	1,22457	243. 21	1,24448	305. 27	0,94972
78	336. 8	1,19443	242. 47	1,21167	304. 56	0,88472
79	335. 4	1,16100	242. 16	1,17572	304. 28	0,81256
80	334. 5	1,12370	241. 47	1,13602	304. 3	0,73327
81	333. 13	1,08172	241. 22	1,09181	303. 40	0,64493
82	332. 26	1,03401	240. 59	1,04207	303. 19	0,54547
83	331. 45	0,97911	240. 39	0,98533	303. 1	0,43201
84	331. 10	0,91487	240. 21	0,91948	302. 46	0,30031
85	330. 40	0,83802	240. 6	0,84123	302. 33	0,04380
86	330. 16	0,74302	239. 54	0,74509	302. 22	9,95118
87	329. 57	0,61958	239. 45	0,62075	302. 14	9,70281
88	329. 44	0,44456	239. 38	0,44509	302. 8	9,35148
89	329. 35	0,14417	239. 34	0,14432	302. 5	8,74992
90	329. 33	— ∞	239. 33	— ∞	302. 3	— ∞

Tafel 4.

φ	X A^{III}	X $log\ a^{III}$	Y B^{III}	Y $log\ b^{III}$	Z C^{III}	Z $log\ c^{III}$
+ 90°	221° 48′	— ∞	311° 48′	— ∞	36° 0′	— ∞
89	221. 48	8,41399	311. 48	8,41408	36. 0	6,83649
88	221. 50	9,01555	311. 49	9,01591	36. 1	7,73926
87	221. 52	9,36689	311. 50	9,36770	36. 2	8,26700
86	221. 54	9,61559	311. 52	9,61702	36. 4	8,64106
85	221. 58	9,80790	311. 54	9,81013	36. 6	8,93082
84	222. 2	9,96441	311. 57	9,96763	36. 8	9,16719
83	222. 8	0,09612	312. 0	0,10050	36. 11	9,36663
82	222. 14	0,20957	312. 3	0,21530	36. 15	9,53899
81	222. 21	0,30901	312. 8	0,31627	36. 19	9,69062
80	222. 29	0,39732	312. 12	0,40629	36. 23	9,82585
79	222. 37	0,47655	312. 17	0,48742	36. 28	9,94777
78	222. 47	0,54824	312. 23	0,56119	36. 34	0,05867
77	222. 57	0,61353	312. 29	0,62875	36. 40	0,16026
76	223. 9	0,67331	312. 36	0,69100	36. 46	0,25391
75	223. 21	0,72831	312. 43	0,74864	36. 53	0,34068
74	223. 34	0,77908	312. 50	0,80226	37. 1	0,42143
73	223. 49	0,82611	312. 59	0,85232	37. 9	0,49686
72	224. 4	0,86977	313. 7	0,89922	37. 17	0,56756
71	224. 20	0,91040	313. 17	0,94327	37. 26	0,63402
70	224. 38	0,94825	313. 26	0,98476	37. 36	0,69664
69	224. 56	0,98357	313. 37	1,02392	37. 46	0,75579
68	225. 16	1,01656	313. 48	1,06095	37. 57	0,81266
67	225. 37	1,04739	313. 59	1,09603	38. 8	0,86482
66	225. 59	1,07620	314. 11	1,12930	38. 20	0,91520
65	226. 22	1,10314	314. 23	1,16091	38. 32	0,96309
64	226. 47	1,12831	314. 37	1,19098	38. 45	1,00868
63	227. 13	1,15183	314. 50	1,21961	38. 59	1,05213
62	227. 40	1,17377	315. 5	1,24689	39. 13	1,09356
61	228. 9	1,19422	315. 20	1,27290	39. 28	1,13312
60	228. 39	1,21325	315. 35	1,29773	39. 43	1,17090
59	229. 11	1,23093	315. 51	1,32144	39. 59	1,20702
58	229. 45	1,24732	316. 8	1,34409	40. 16	1,24157
57	230. 21	1,26246	316. 26	1,36574	40. 34	1,27462
56	230. 58	1,27641	316. 44	1,38644	40. 52	1,30626
55	231. 37	1,28922	317. 3	1,40624	41. 11	1,33655
54	232. 19	1,30091	317. 22	1,42517	41. 30	1,36556
53	233. 2	1,31152	317. 42	1,44329	41. 51	1,39345
52	233. 48	1,32110	318. 3	1,46062	42. 12	1,41996
51	234. 36	1,32967	318. 25	1,47720	42. 34	1,44546
50	235. 26	1,33726	318. 47	1,49306	42. 57	1,46990
49	236. 19	1,34390	319. 10	1,50823	43. 20	1,49327
48	237. 15	1,34960	319. 34	1,52274	43. 45	1,51567
47	238. 14	1,35441	319. 58	1,53661	44. 10	1,53711
46	239. 16	1,35835	320. 24	1,54987	44. 36	1,55764
45	240. 21	1,36143	320. 50	1,56254	45. 3	1,57728

Tafel 4.

φ	X A^{III}	X $\log a^{III}$	Y B^{III}	Y $\log b^{III}$	Z C^{III}	Z $\log c^{III}$
+ 45°	240° 21′	1,36143	320° 50′	1,56254	45° 3′	1,57728
44	241. 30	1,36369	321. 17	1,57464	45. 31	1,59606
43	242. 43	1,36514	321. 44	1,58619	46. 0	1,61401
42	243. 59	1,36581	322. 13	1,59721	46. 30	1,63116
41	245. 19	1,36574	322. 42	1,60771	47. 1	1,64754
40	246. 44	1,36494	323. 13	1,61772	47. 33	1,66317
39	248. 13	1,36344	323. 44	1,62725	48. 6	1,67807
38	249. 47	1,36129	324. 16	1,63631	48. 40	1,69226
37	251. 26	1,35850	324. 49	1,64493	49. 15	1,70578
36	253. 11	1,35513	325. 23	1,65311	49. 51	1,71862
35	255. 1	1,35122	325. 57	1,66087	50. 29	1,73083
34	256. 57	1,34681	326. 33	1,66822	51. 7	1,74241
33	258. 59	1,34196	327. 9	1,67518	51. 47	1,75338
32	261. 8	1,33672	327. 47	1,68175	52. 28	1,76376
31	263. 23	1,33116	328. 25	1,68796	53. 10	1,77356
30	265. 45	1,32535	329. 5	1,69380	53. 54	1,78283
29	268. 13	1,31937	329. 45	1,69930	54. 39	1,79154
28	270. 49	1,31330	330. 27	1,70446	55. 25	1,79974
27	273. 31	1,30722	331. 9	1,70930	56. 12	1,80742
26	276. 21	1,30123	331. 52	1,71382	57. 1	1,81462
25	279. 17	1,29542	332. 37	1,71804	57. 51	1,82134
24	282. 19	1,28988	333. 22	1,72197	58. 43	1,82759
23	285. 28	1,28470	334. 8	1,72561	59. 36	1,83341
22	288. 42	1,27997	334. 56	1,72898	60. 30	1,83879
21	292. 1	1,27576	335. 44	1,73208	61. 26	1,84375
20	295. 24	1,27214	336. 33	1,73493	62. 23	1,84832
19	298. 50	1,26916	337. 23	1,73754	63. 21	1,85250
18	302. 19	1,26686	338. 14	1,73991	64. 21	1,85630
17	305. 50	1,26524	339. 6	1,74206	65. 23	1,85975
16	309. 21	1,26430	339. 59	1,74399	66. 25	1,86286
15	312. 52	1,26403	340. 53	1,74570	67. 30	1,86563
14	316. 22	1,26438	341. 48	1,74722	68. 35	1,86809
13	319. 51	1,26530	342. 43	1,74855	69. 42	1,87025
12	323. 17	1,26672	343. 40	1,74969	70. 50	1,87212
11	326. 41	1,26859	344. 37	1,75065	71. 59	1,87372
10	330. 1	1,27080	345. 35	1,75145	73. 9	1,87505
9	333. 19	1,27328	346. 33	1,75208	74. 21	1,87613
8	336. 32	1,27595	347. 32	1,75255	75. 34	1,87698
7	339. 43	1,27873	348. 32	1,75287	76. 47	1,87759
6	342. 49	1,28156	349. 33	1,75305	78. 2	1,87799
5	345. 53	1,28435	350. 34	1,75309	79. 17	1,87818
4	348. 54	1,28706	351. 35	1,75299	80. 34	1,87816
3	351. 51	1,28963	352. 37	1,75276	81. 51	1,87796
2	354. 47	1,29201	353. 39	1,75241	83. 8	1,87757
1	357. 40	1,29418	354. 42	1,75193	84. 26	1,87700
0	0. 31	1,29611	355. 45	1,75132	85. 45	1,87626

Tafel 4.

φ	X A^{III}	X $\log a^{III}$	Y B^{III}	Y $\log b^{III}$	Z C^{III}	Z $\log c^{III}$
0°	0° 31′	1,29611	355° 45′	1,75132	85° 45′	1,87626
— 1	3. 21	1,29778	356. 47	1,75060	87. 3	1,87535
2	6. 10	1,29918	357. 51	1,74976	88. 22	1,87426
3	8. 58	1,30030	358. 54	1,74880	89. 41	1,87301
4	11. 46	1,30115	359. 57	1,74772	91. 0	1,87159
5	14. 34	1,30175	1. 0	1,74652	92. 19	1,87000
6	17. 22	1,30211	2. 3	1,74520	93. 38	1,86824
7	20. 11	1,30226	3. 6	1,74376	94. 56	1,86630
8	23. 0	1,30223	4. 9	1,74219	96. 14	1,86418
9	25. 51	1,30205	5. 11	1,74049	97. 31	1,86187
10	28. 43	1,30176	6. 13	1,73867	98. 48	1,85936
11	31. 36	1,30140	7. 14	1,73670	100. 4	1,85665
12	34. 30	1,30103	8. 15	1,73460	101. 19	1,85373
13	37. 26	1,30068	9. 16	1,73234	102. 33	1,85058
14	40. 23	1,30041	10. 16	1,72994	103. 47	1,84720
15	43. 21	1,30025	11. 15	1,72737	104. 59	1,84357
16	46. 20	1,30026	12. 14	1,72464	106. 10	1,83968
17	49. 19	1,30047	13. 12	1,72174	107. 20	1,83552
18	52. 19	1,30091	14. 9	1,71865	108. 29	1,83107
19	55. 18	1,30160	15. 6	1,71537	109. 36	1,82632
20	58. 16	1,30258	16. 1	1,71189	110. 42	1,82125
21	61. 14	1,30384	16. 56	1,70820	111. 47	1,81585
22	64. 9	1,30539	17. 50	1,70430	112. 51	1,81010
23	67. 3	1,30722	18. 43	1,70017	113. 53	1,80398
24	69. 54	1,30931	19. 35	1,69580	114. 53	1,79749
25	72. 42	1,31164	20. 27	1,69118	115. 53	1,78960
26	75. 27	1,31417	21. 17	1,68630	116. 51	1,78329
27	78. 8	1,31685	22. 6	1,68115	117. 47	1,77555
28	80. 45	1,31964	22. 54	1,67572	118. 42	1,76737
29	83. 17	1,32249	23. 42	1,67000	119. 36	1,75872
30	85. 45	1,32535	24. 28	1,66398	120. 28	1,74958
31	88. 7	1,32816	25. 13	1,65763	121. 19	1,73995
32	90. 25	1,33087	25. 58	1,65096	122. 8	1,72979
33	92. 38	1,33340	26. 41	1,64395	122. 56	1,71909
34	94. 46	1,33572	27. 23	1,63658	123. 43	1,70784
35	96. 49	1,33776	28. 4	1,62884	124. 28	1,69601
36	98. 46	1,33947	28. 45	1,62072	125. 12	1,68358
37	100. 39	1,34081	29. 24	1,61220	125. 54	1,67053
38	102. 27	1,34172	30. 2	1,60327	126. 36	1,65684
39	104. 10	1,34215	30. 40	1,59391	127. 16	1,64249
40	105. 49	1,34208	31. 16	1,58411	127. 55	1,62745
41	107. 24	1,34145	31. 51	1,57385	128. 32	1,61171
42	108. 54	1,34022	32. 26	1,56312	129. 9	1,59523
43	110. 20	1,33836	32. 59	1,55188	129. 44	1,57800
44	111. 42	1,33584	33. 31	1,54014	130. 18	1,55998
45	113. 0	1,33262	34. 3	1,52785	130. 52	1,54115

Tafel 4.

φ	X A^{III}	X $\log a^{III}$	Y B^{III}	Y $\log b^{III}$	Z C^{III}	Z $\log c^{III}$
— 45°	113° 0′	1,33262	34° 3′	1,52785	130° 52′	1,54115
46	114. 15	1,32867	34. 34	1,51502	131. 23	1,52147
47	115. 26	1,32395	35. 3	1,50161	131. 54	1,50092
48	116. 34	1,31844	35. 32	1,48759	132. 24	1,47945
49	117. 39	1,31210	36. 0	1,47296	132. 53	1,45705
50	118. 40	1,30491	36. 27	1,45767	133. 21	1,43365
51	119. 39	1,29681	36. 54	1,44170	133. 48	1,40924
52	120. 35	1,28780	37. 19	1,42502	134. 14	1,38376
53	121. 28	1,27783	37. 44	1,40761	134. 39	1,35716
54	122. 19	1,26686	38. 7	1,38942	135. 3	1,32940
55	123. 7	1,25486	38. 30	1,37041	135. 26	1,30043
56	123. 53	1,24178	38. 53	1,35055	135. 48	1,27017
57	124. 37	1,22759	39. 14	1,32980	136. 10	1,23857
58	125. 19	1,21223	39. 35	1,30810	136. 31	1,20556
59	125. 59	1,19566	39. 54	1,28541	136. 50	1,17106
60	126. 36	1,17782	40. 14	1,26166	137. 9	1,13498
61	127. 12	1,15865	40. 32	1,23680	137. 28	1,09724
62	127. 46	1,13808	40. 50	1,21076	137. 45	1,05774
63	128. 19	1,11603	41. 6	1,18346	138. 2	1,01635
64	128. 49	1,09244	41. 23	1,15481	138. 18	0,97296
65	129. 18	1,06719	41. 38	1,12473	138. 33	0,92742
66	129. 46	1,04019	41. 53	1,09311	138. 48	0,87957
67	130. 12	1,01132	42. 7	1,05982	139. 2	0,82925
68	130. 36	0,98045	42. 21	1,02473	139. 15	0,77624
69	130. 59	0,94743	42. 34	0,98770	139. 28	0,72031
70	131. 21	0,91208	42. 46	0,94854	139. 40	0,66122
71	131. 42	0,87421	42. 57	0,90705	139. 51	0,59864
72	132. 1	0,83357	43. 8	0,86299	140. 1	0,53223
73	132. 19	0,78990	43. 19	0,81610	140. 11	0,46157
74	132. 36	0,74286	43. 28	0,76604	140. 21	0,38618
75	132. 52	0,69208	43. 37	0,71242	140. 30	0,30547
76	133. 7	0,63709	43. 46	0,65478	140. 38	0,21874
77	133. 20	0,57730	43. 53	0,59254	140. 45	0,12512
78	133. 32	0,51202	44. 1	0,52498	140. 52	0,02356
79	133. 44	0,44034	44. 7	0,45122	140. 59	9,91270
80	133. 54	0,36110	44. 13	0,37009	141. 5	9,79081
81	134. 3	0,27280	44. 19	0,28007	141. 10	9,65560
82	134. 11	0,17337	44. 24	0,17911	141. 15	9,50400
83	134. 19	0,05992	44. 28	0,06431	141. 19	9,33165
84	134. 25	9,92822	44. 32	9,93144	141. 22	9,13223
85	134. 30	9,77171	44. 35	9,77395	141. 25	8,89588
86	134. 34	9,57941	44. 37	9,58084	141. 28	8,60613
87	134. 38	9,33071	44. 39	9,33151	141. 30	8,23208
88	134. 40	8,97937	44. 41	8,94136	141. 31	7,70435
89	134. 41	8,37781	44. 42	8,33933	141. 32	6,80158
90	134. 42	— ∞	44. 42	— ∞	141. 32	— ∞

Tafel 5.

	X	Y	Z
	$A^{IV} =$	$B^{IV} =$	$C^{IV} =$
	142° 26′	232° 26′	322° 26′
φ	$log\ a^{IV}$	$log\ b^{IV}$	$log\ c^{IV}$
+ 90°	— ∞	— ∞	— ∞
89	6,04417	6,04423	4,38300
88	6,94686	6,94713	5,58686
87	7,47447	7,47507	6,29078
86	7,84836	7,84942	6,78992
85	8,13790	8,13956	7,17676
84	8,37399	8,37637	7,49252
83	8,57310	8,57635	7,75916
82	8,74509	8,74933	7,98980
81	8,89629	8,90167	8,19291
80	9,03103	9,03768	8,37426
79	9,15241	9,16047	8,53797
78	9,26271	9,27231	8,68709
77	9,36366	9,37493	8,82393
76	9,45660	9,46969	8,95028
75	9,54260	9,55766	9,06756
74	9,62252	9,63968	9,17693
73	9,69707	9,71647	9,27932
72	9,76682	9,78862	9,37551
71	9,83226	9,85659	9,46615
70	9,89381	9,92082	9,55179
69	9,95181	9,98166	9,63290
68	0,00656	0,03940	9,70988
67	0,05833	0,09430	9,78309
66	0,10734	0,14661	9,85283
65	0,15379	0,19651	9,91937
64	0,19786	0,24419	9,98295
63	0,23969	0,28981	0,04377
62	0,27943	0,33350	0,10202
61	0,31720	0,37538	0,15786
60	0,35311	0,41558	0,21146
59	0,38725	0,45419	0,26294
58	0,41972	0,49130	0,31242
57	0,45059	0,52700	0,36001
56	0,47993	0,56135	0,40583
55	0,50781	0,59444	0,44994
54	0,53428	0,62633	0,49245
53	0,55941	0,65706	0,53343
52	0,58323	0,68669	0,57295
51	0,60579	0,71528	0,61107
50	0,62713	0,74287	0,64787
49	0,64728	0,76950	0,68335
48	0,66628	0,79520	0,71762
47	0,68415	0,82002	0,75071
46	0,70092	0,84398	0,78266
45	0,71661	0,86712	0,81352

Tafel 5.

	X	Y	Z
	$A^{IV} =$	$B^{IV} =$	$C^{IV} =$
	142° 26′	232° 26′	322° 26′
φ	$log\ a^{IV}$	$log\ b^{IV}$	$log\ c^{IV}$
+ 45°	0,71661	0,86712	0,81352
44	0,73124	0,88947	0,84332
43	0,74483	0,91105	0,87209
42	0,75740	0,93189	0,89987
41	0,76895	0,95201	0,92670
40	0,77950	0,97143	0,95260
39	0,78905	0,99018	0,97759
38	0,79761	1,00827	1,00171
37	0,80518	1,02571	1,02497
36	0,81176	1,04254	1,04741
35	0,81735	1,05876	1,06904
34	0,82195	1,07439	1,08988
33	0,82555	1,08944	1,10994
32	0,82814	1,10393	1,12926
31	0,82970	1,11786	1,14784
30	0,83023	1,13126	1,16570
29	0,82970	1,14413	1,18286
28	0,82808	1,15647	1,19932
27	0,82536	1,16831	1,21510
26	0,82149	1,17965	1,23022
25	0,81644	1,19050	1,24468
24	0,81017	1,20086	1,25850
23	0,80263	1,21075	1,27168
22	0,79374	1,22017	1,28424
21	0,78345	1,22912	1,29619
20	0,77168	1,23763	1,30752
19	0,75832	1,24568	1,31826
18	0,74327	1,25329	1,52840
17	0,72639	1,26046	1,33796
16	0,70753	1,26719	1,34695
15	0,68650	1,27370	1,35535
14	0,66306	1,27938	1,36320
13	0,63693	1,28484	1,37047
12	0,60776	1,28988	1,37720
11	0,57511	1,29451	1,38337
10	0,53839	1,29872	1,38898
9	0,49686	1,30253	1,39406
8	0,44948	1,30593	1,39859
7	0,39482	1,30892	1,40258
6	0,33075	1,31151	1,40604
5	0,25400	1,31370	1,40896
4	0,15908	1,31549	1,41134
3	0,03568	1,31688	1,41320
2	9,86069	1,31788	1,41452
1	9,56033	1,31847	1,41531
0	— ∞	1,31867	1,41558

Tafel 5.

	X	Y	Z
	$A^{IV} =$	$B^{IV} =$	$C^{IV} =$
	$322° 26'$	$232° 26'$	$322° 26'$
φ	$log\ a^{IV}$	$log\ b^{IV}$	$log\ c^{IV}$
0°	— ∞	1,31867	1,41558
— 1	9,56033	1,31847	1,41531
2	9,86069	1,31788	1,41452
3	0,03568	1,31688	1,41320
4	0,15908	1,31549	1,41134
5	0,25400	1,31370	1,40896
6	0,33075	1,31151	1,40604
7	0,39482	1,30892	1,40258
8	0,44948	1,30593	1,39859
9	0,49686	1,30253	1,39406
10	0,53839	1,29872	1,38898
11	0,57511	1,29451	1,38337
12	0,60776	1,28988	1,37720
13	0,63693	1,28484	1,37047
14	0,66306	1,27938	1,36320
15	0,68650	1,27350	1,35535
16	0,70753	1,26719	1,34695
17	0,72639	1,26046	1,33796
18	0,74327	1,25329	1,32840
19	0,75832	1,24568	1,31826
20	0,77168	1,23763	1,30752
21	0,78345	1,22912	1,29619
22	0,79374	1,22017	1,28424
23	0,80263	1,21075	1,27168
24	0,81017	1,20086	1,25850
25	0,81644	1,19050	1,24468
26	0,82149	1,17965	1,23022
27	0,82536	1,16831	1,21510
28	0,82808	1,15647	1,19932
29	0,82970	1,14413	1,18286
30	0,83023	1,13126	1,16570
31	0,82970	1,11787	1,14784
32	0,82814	1,10393	1,12926
33	0,82555	1,08944	1,10994
34	0,82195	1,07439	1,08988
35	0,81735	1,05876	1,06904
36	0,81176	1,04254	1,04741
37	0,80518	1,02571	1,02497
38	0,79761	1,00827	1,00171
39	0,78905	0,99018	0,97759
40	0,77950	0,97143	0,95260
41	0,76895	0,95201	0,92670
42	0,75740	0,93189	0,89987
43	0,74483	0,91105	0,87209
44	0,73124	0,88947	0,84332
45	0,71661	0,86712	0,81352

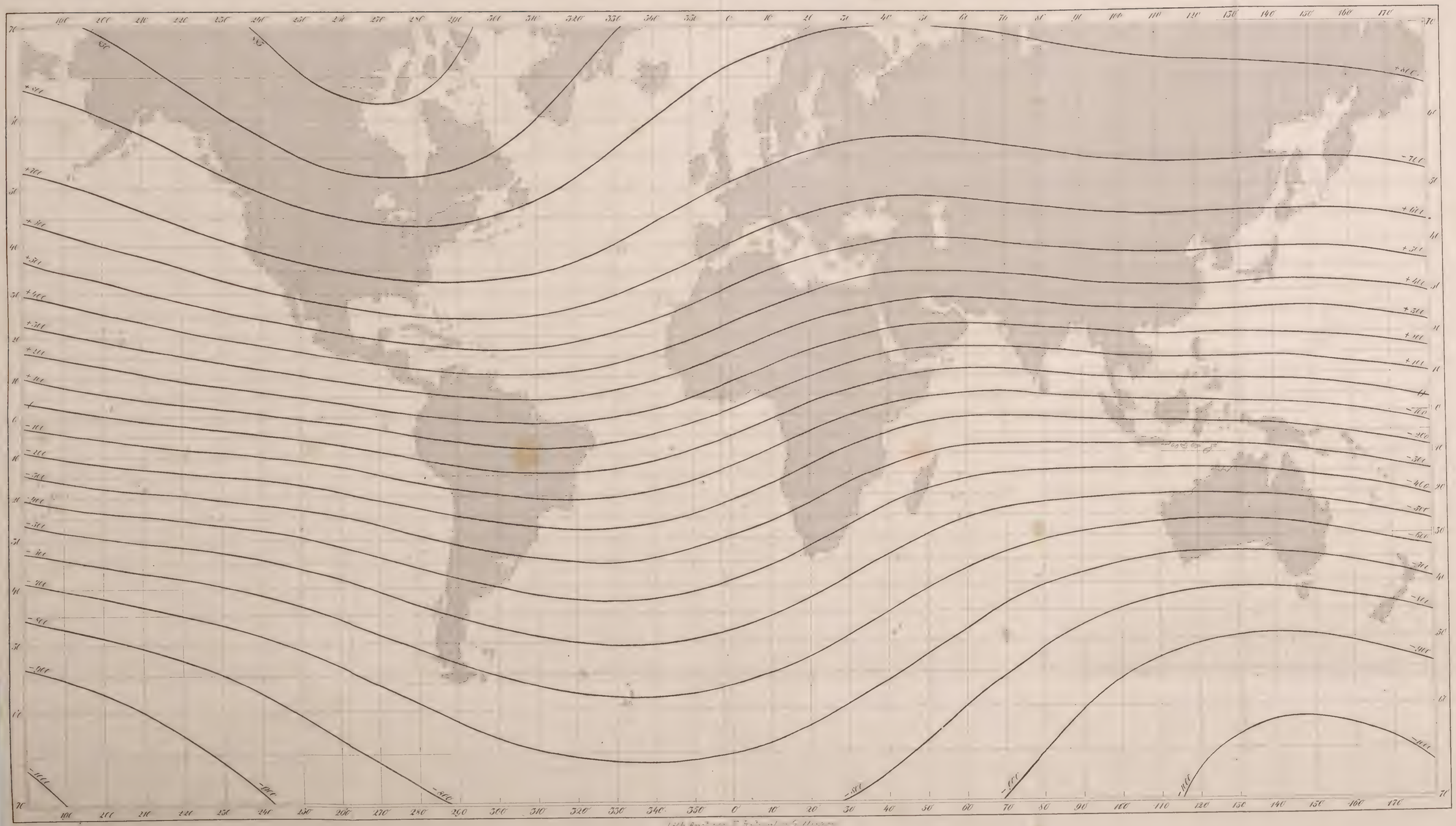
Tafel 5.

	X	Y	Z
	$A^{IV} =$	$B^{IV} =$	$C^{IV} =$
	$322° 26'$	$232° 26'$	$322° 26'$
φ	$log\ a^{IV}$	$log\ b^{IV}$	$log\ c^{IV}$
— 45°	0,71661	0,86712	0,81352
46	0,70092	0,84398	0,78266
47	0,68415	0,82002	0,75071
48	0,66626	0,79520	0,71762
49	0,64728	0,76950	0,68335
50	0,62713	0,74287	0,64785
51	0,60579	0,71528	0,61107
52	0,58323	0,68669	0,57295
53	0,55941	0,65706	0,53343
54	0,53428	0,62633	0,49245
55	0,50781	0,59444	0,44994
56	0,47993	0,56135	0,40583
57	0,45059	0,52700	0,36001
58	0,41972	0,49130	0,31242
59	0,38725	0,45419	0,26294
60	0,35311	0,41558	0,21146
61	0,31720	0,37538	0,15786
62	0,27943	0,33350	0,10202
63	0,23969	0,28981	0,04377
64	0,19786	0,24419	9,98295
65	0,15379	0,19651	9,91937
66	0,10734	0,14661	9,85283
67	0,05833	0,09430	9,78309
68	0,00656	0,03940	9,70988
69	9,95181	9,98166	9,63290
70	9,89381	9,92082	9,55179
71	9,83226	9,85659	9,46615
72	9,76682	9,78862	9,37551
73	9,69707	9,71647	9,27932
74	9,62252	9,63968	9,17693
75	9,54260	9,55766	9,06756
76	9,45660	9,46969	8,95028
77	9,36366	9,37493	8,82393
78	9,26271	9,27231	8,68709
79	9,15241	9,16047	8,53797
80	9,03103	9,03768	8,37426
81	8,89629	8,90167	8,19291
82	8,74509	8,74933	7,98980
83	8,57310	8,57635	7,75916
84	8,37399	8,37637	7,49252
85	8,13790	8,13956	7,17676
86	7,84836	7,84942	6,78992
87	7,47447	7,47507	6,29078
88	6,94686	6,94713	5,58686
89	6,04417	6,04423	4,38300
90	— ∞	— ∞	— ∞

Petersburg Am 13. October 1838. bestimmte Sparosky die absolute Horizontale Intensität. Der Ablenkungsstab 100 mm. lang 137135 mm. dick. Ringsum polirt eine Schwingungsdauer von 8.″1034. Die Ablenkungen wurden an einer Doppelfa
den von Grad zu Grad gefunden, und diese Nadel 60 mm lang zum
Inductionsstab Ende Juli bestimmt T 1.1570 wie Kupfer in Europa, magnetisch rück
gedrückt 0.468,5 die Coexistenz giebt 0.492.4. Aus der Vergleichung
Horizontalen Intensität folgt mit der Inclination 71° 3′ die gesuchte
Intensität 1.443. die klämanta geben 1.469

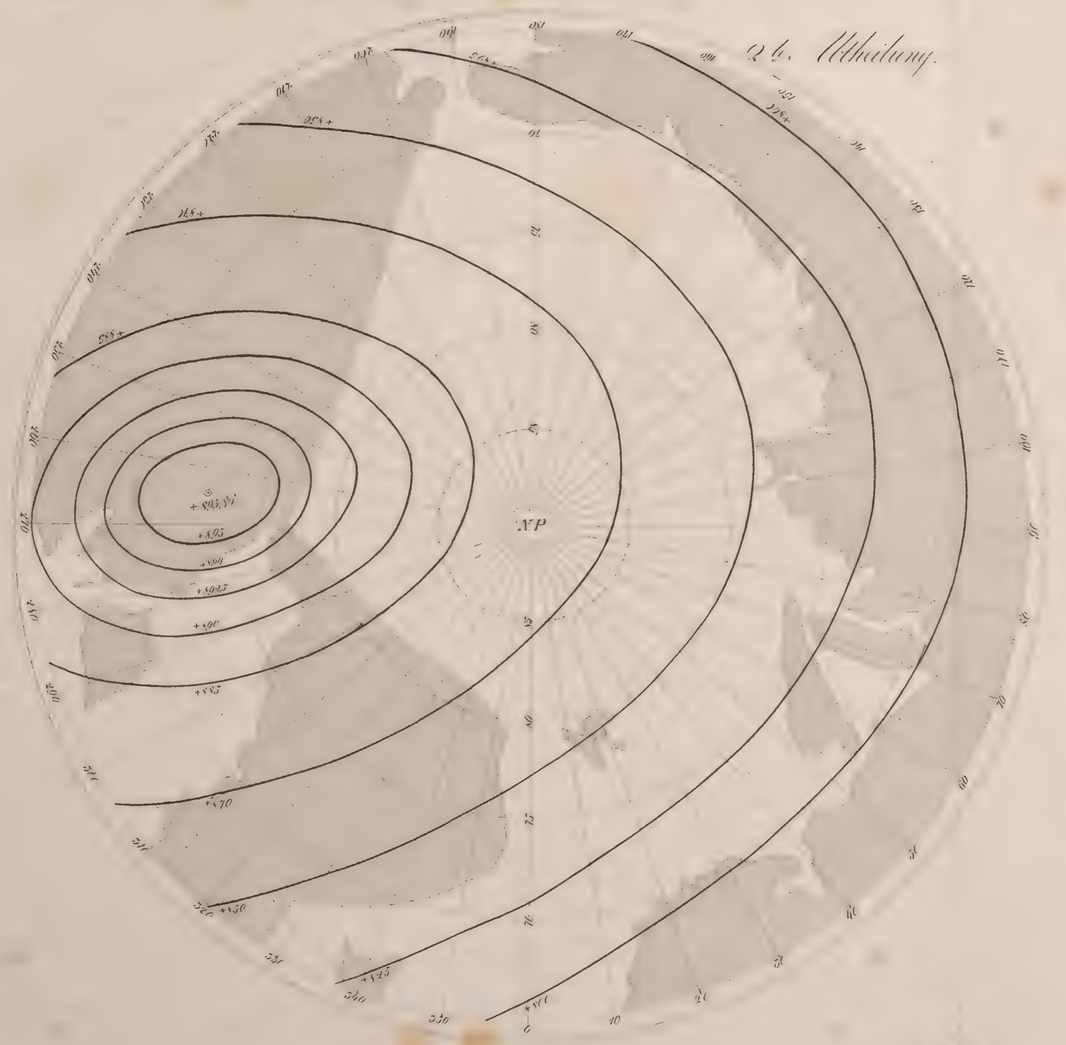
Karte für die Werthe von $\frac{V}{R}$.

1te Abtheilung.



Karte für die Werthe von $\frac{1}{R}$.

2te Abtheilung.



3te Abtheilung.

Fig. 1.

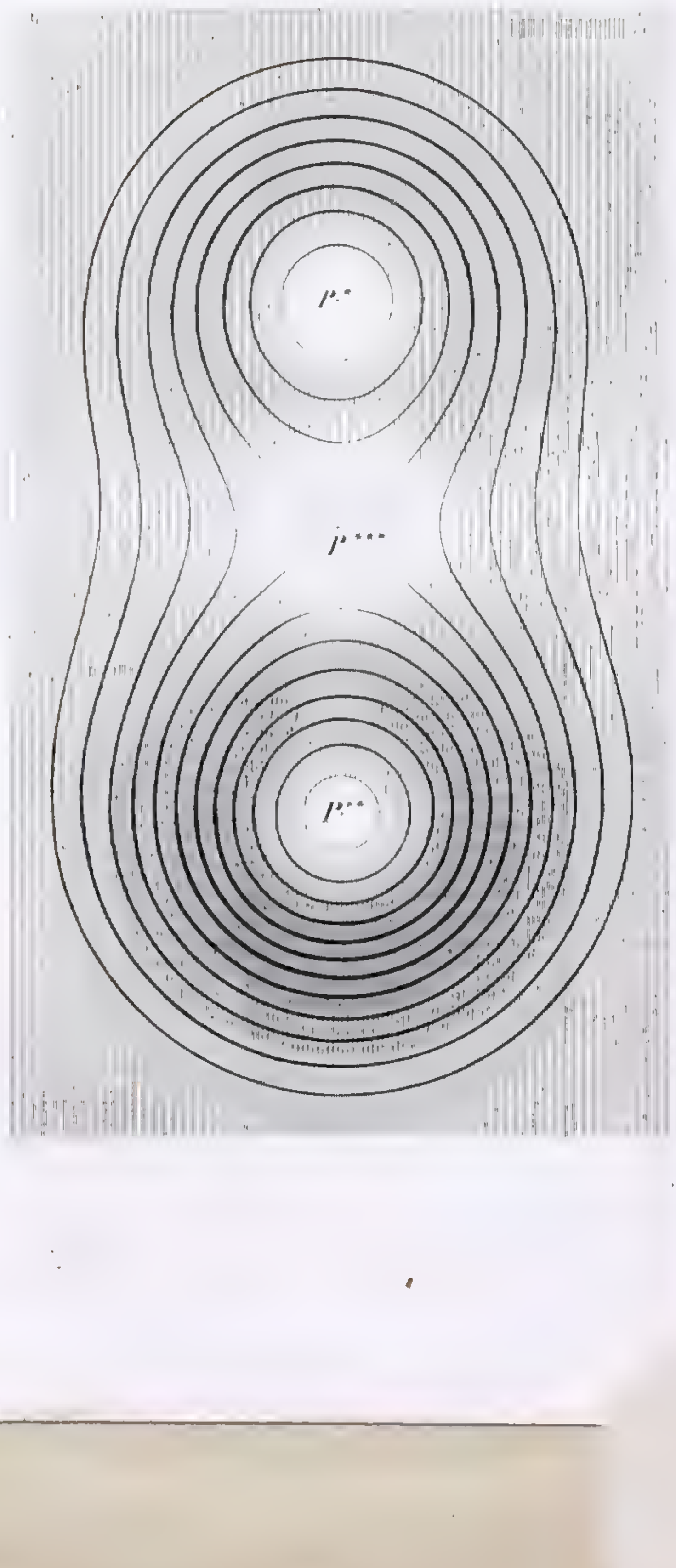


Fig. 2.

Paramatta. Astr. N. ND II p. 385

Berlin = -8° 43' 19"

Calcul = -11 4.9

Calc- obs = -3 6

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Gauß, Carl Friedrich,

Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus

[S.l.] [ca. 1810]

Bamberg, Staatsbibliothek -- Phys.o.142
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11763804-4
VD18 10652639-001